

उच्च गणित

पूर्णांक: 100

लक्ष्य और उद्देश्य:-

- गणित शिक्षण के व्यापक एवं सामान्य उद्देश्य विद्यार्थियों में निम्नलिखित गुणों का विकास करना है-
1. दैनिक जीवन में आने वाली समस्याओं का गणित द्वारा निराकरण करने का कौशल प्राप्त करना।
 2. गणित विषय द्वारा राष्ट्रीयता की भावना का विकास करना।
 3. पूर्व में प्राप्त किये गये गणितीय ज्ञान और कौशल को आगे बढ़ाना।
 4. ज्ञान बुद्धि और समझ, गणितीय पद संकेत, अवधारणायें, सिद्धांत, विधि एवं उनके हल के बारे में जानकारी प्राप्त होना।
 5. आधार भूत, बीज गणितीय कौशलों का विकास करना।
 6. आरेखीय कौशल पद्धति।
 7. तार्किक योग्यता का विकास करना।
 8. आधुनिक तकनीकी विधियों का उपयोग करने के लिए दक्षता प्राप्त करना जैसे- कैलकुलेटर, कम्प्यूटर इत्यादि।
 9. महान गणितज्ञों द्वारा किये गये विशेष रूप से भारतीय गणितज्ञों के कार्य के प्रति सम्मान एवं उनके द्वारा किये गये कार्यों का ज्ञान प्राप्त करना।
 10. सकारात्मक सोच का विकास करना।

Aims & objectives-

The general objectives and teaching mathematics at secondary stage are to help the learners to-

1. Apply mathematical knowledge and skills to solve real life problems by developing abilities to.
2. Develop awareness of the need for national unity and develop confidence for the competitive examination.
3. Consolidate the mathematical knowledge and skills acquired earlier.
4. Acquire knowledge and understanding of the terms and symbols, concept, principles, processes, proofs etc.
5. Develop mastery of basic algebraic skills.
6. Develop drawing skills.
7. Develop the ability to articulate logically.
8. Develop necessary skills with modern technological devices such as calculators computers etc.
9. Develop reverence and respect towards great mathematics particularly Indian mathematicians for their contribution to the field of mathematics.
10. Develop positive thinking.

समय : 3 घण्टे
एकल प्रश्नपत्र

उच्च गणित
कक्षा - 12 वी
अंक विभाजन

पूर्णांक 100

इकाई	विषय वस्तु	अंक	कालखण्ड
1	आंशिक भिन्न	05	07
2	त्रिविमीय ज्यामितीय (निर्देशांक पद्धति, दिक् कोज्याएं आदि)	15	07
3	समतल		07
4	सरल रेखा एवं गोला		07
5	सदिश		07
6	सदिशों का गुणनफल	15	07
7	सदिशों का त्रिविमीय ज्यामितीय में अनुप्रयोग		07
8	प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन	05	07
9	फलन, सीमा तथा सातत्य	05	08
10	अवकलन	10	08
11	कठिन अवकलन		08
12	अवकलन का अनुप्रयोग	05	08
13	समाकलन		08
14	कठिन समाकलन	15	08
15	निश्चित समाकलन		08
16	अवकल समीकरण	05	08
17	सहसंबंध	05	08
18	समाश्रयण	05	08
19	प्रायिकता	05	08
20	आंकिक विधियां	05	08
	परिशिष्ट (i) गणितीय उपपत्ति (ii) गणितीय प्रादर्श पुनरावृत्ति		20
	योग	100	180

विषय - उच्च गणित

कक्षा - 12वीं

इकाई वार अंक विभाजन

इकाई 1 आंशिक भिन्न

05

वैदिक गणित विधि से हल करना

आंशिक भिन्न की परिभाषा, भिन्न का आंशिक भिन्नों में विखण्डन
(अ) जब हर में वास्तविक रेखीय गुणनखण्ड हो व उनकी पुनरावृत्ति न हों।
(ब) जब हर में वास्तविक रेखीय गुणनखण्ड हो जिनकी पुनरावृत्ति हों।
(स) जब हर में वास्तविक वर्ग गुणनखण्ड हो जिनकी पुनरावृत्ति न हों।

इकाई 2.

त्रिविमीय ज्यामितीय:- (निर्देशांक पद्धति दिक् कोज्याएं) (इकाई 2,3,4-15)
निर्देशांक, निर्देशांक अक्ष, कार्तीय पद्धति, निर्देशांक तल, आकाश में स्थित किसी बिन्दु के निर्देशांक, दो बिन्दुओं के बीच की दूरी, अन्तः खण्ड सूत्र, बिन्दु का रेखा व तल पर प्रक्षेप, रेखाखण्ड का दी हुई रेखा पर प्रक्षेप, रेखा की दिक् कोज्याएं, अक्षों की दिक् कोज्याएं दो बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखाखण्ड का दी गई रेखा पर प्रक्षेप।

इकाई 3. समतल : -

समतल की अवधारणा, अभिलम्ब रूप में समतल का समीकरण, अन्तः खण्ड रूप में समतल का समीकरण, एक घातीय तीन चरों के व्यापक समीकरण द्वारा समतल का समीकरण, दो तलों के बीच का कोण, किसी बिन्दु से समतल की दूरी, दो समतलों के प्रतिच्छेद से होकर जाने वाले समतल का समीकरण, दो समतलों का कोणाद्धक तल।

इकाई 4. सरल रेखा एवं गोला

दो बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखा का समीकरण, एक रेखा एवं एक तल के बीच का कोण, किसी रेखा के समतल में होने का प्रतिबंध, रेखा को अन्तरवृष्ट करता हुआ तल, गोले का कार्तीय समीकरण, जब केन्द्र के निर्देशांक व गोले की त्रिज्या दी हों, गोले का व्यापक समीकरण, गोले का समीकरण जब व्यास के सिरों के निर्देशांक ज्ञात हों।

इकाई 5. सदिश :-

(इकाई 5, 6,7 - 15 अंक)

अदिश एवं सदिश राशियों, सदिश दिशायुक्त रेखाखण्ड के रूप में, सदिश के परिमाण एवं दिशा, समान सदिश, इकाई सदिश, शून्य सदिश, किसी बिन्दु का स्थिति सदिश के घटक द्विविमीय एवं त्रिविमीय सदिश, दो एवं तीन परस्पर लंबवत् दिशाओं में सदिश के अवयव, सदिशों का योग, अदिश का सदिश से गुणन, किसी रेखाखण्ड को दिये गये अनुपात में बांटने वाले बिन्दु के स्थिति सदिश।

इकाई 6. सदिशों का गुणनफल : -

सदिशों का अदिश गुणनफल, सदिशों का सदिश गुणनफल, अदिश एवं सदिश त्रिक गुणन एवं उनके गुणधर्म, ज्यामितीय समस्याओं के समाधान में सदिश का अनुप्रयोग।

सदिश का अनुप्रयोग :- कार्य = बल. विस्थापन ($w = f.r$), बल का आघूर्ण, बल युग्म का आघूर्ण कोज्या का नियम का सत्यापन, अर्धवृत्त का कोण समकोण होता है, त्रिभुज का क्षेत्रफल $1/2 a \times b$ के रूप में दर्शाना, ज्या नियम का सत्यापन, घनाभ का आयतन ज्ञात करने के त्रिक गुणन का अनुप्रयोग, सदिश की समतलीयता।

इकाई 7. सदिशों का त्रिविमीय ज्यामितीय में अनुप्रयोग :-

इकाई क्रमांक 2, 3, 4 में वर्णित सदिशों का त्रिविमीय ज्यामितीय में अनुप्रयोग: - असमतलीय दो रेखाओं के बीच में न्यूनतम दूरी सदिश द्वारा (Skew line)

इकाई 8. प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन : -

किसी फलन का प्रतिलोम, प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन, मुख्य मान शाखा, प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन के ग्राफ, गुणधर्म व उनके प्रमाण जैसे त्रिकोणमितीय फलनों का सरलतम रूपान्तरण जैसे -

$$\sin^{-1}(\sin x) = x, \quad \sin^{-1}(-x) = -\sin^{-1} x$$

$$\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \pi/2$$

$$\sin^{-1} \left(\frac{1}{x} \right) = \operatorname{cosec}^{-1} x$$

$$\tan^{-1} x \pm \tan^{-1} y = \tan^{-1} \left(\frac{x \pm y}{1 \mp xy} \right)$$

$$2 \tan^{-1} x = \sin^{-1} \left(\frac{2x}{1+x^2} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{2x}{1-x^2} \right)$$

त्रिकोणमितीय फलों का सरलतम स्पान्तरण जैसे

$$\text{जैसे } -\tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{a^2-x^2}} = \sin^{-1} \frac{x}{a} \text{ तथा इसी प्रकार के अन्य रूपान्तरण।}$$

इकाई 09. फलन, सीमा तथा सांतत्य – वास्तविक फलन की अवधारणा, 05

फलन का डोमेन व रेंज फलन का ग्राफ, फलनों का संयोजन,

$x \rightarrow a$, $x \rightarrow a^+$, $x \rightarrow a^-$ का अर्थ।

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow a^+} f(x), \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$$

सीमान्तों के मूलभूत प्रमेय (बिना उपपत्ति के) निम्न की उत्पत्ति (बिना ट्रीटमेंट के)

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a} = n a^{n-1} \quad (a < 0)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin x = 0 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \log_e(1+x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{1/x} = e^x, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(a^x - 1)}{x} = \log_e a$$

आदि, किसी बिन्दु पर फलन का सांतत्य, खुले एवं बन्द अन्तराल, सतत फलनों का योग, गुणा, भाग, बहुपद, त्रिकोणमितीय, चरघातांकी, लघुगणकीय, एवं प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलनों का सांतत्य, संयुग्म फलनों का सांतत्य।

इकाई 10. अवकलन – (इकाई 10 व 11 – 10 अंक)

फलन का अवकलन, इसका ज्यामितीय और भौतिक अर्थ, सांतत्य एवं अवकलनता में संबंध x^n , $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, e^x , $\log_e x$ की अवकलनता (प्रथम सिद्धांत की परिभाषा से) योग, अन्तर, गुणन एवं भाग से संबंधित अवकलनों के प्रमेय, त्रिकोणमितीय फलनों एवं प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलनों, लघुगणकीय फलनों एवं चरघातीय फलनों के अवकलन, फलन के फलन का अवकलन

गुणांक, (श्रृंखला नियम), प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलनों के रूपान्तरण द्वारा अवकलन गुणांक, प्रथम सिद्धांत (मूल नियम) द्वारा फलनों के अवकलन ज्ञात करना।

इकाई 11. कठिन अवकलन – उच्चाघाती अवकलन, उत्तरोत्तर अवकलन, 11वां अवकलन Sinx , cosx , x^n , $\frac{1}{(ax+b)}$, a^x , $e^x \log_e(ax+b)$ के लिए अस्पष्ट फलनों का

अवकलन, लघुगणकीय अवकलन। प्रांचलिक अवकलन।

इकाई 12. अवकलन का अनुप्रयोग – सरल रेखा में गति, गुरुत्वाधीन गति, परिवर्तन दर, वर्धमान और ह्रासमान फलन तथा उनके अवकलज का चिन्ह उच्चिष्ठ एवं निम्निष्ठ (परम एवं स्थानीय) एवं रोली प्रमेय, मीन वेल्यू प्रमेय अवकलन द्वारा वर्ग समीकरण का हल।

नोट – सरल स्तर के प्रश्न पूछे जावें।

इकाई 13. समाकलन – (इकाई 13, 14 व 15 – 15 अंक)

अनिश्चित समाकल अवकलन के विलोम के रूप में अनिश्चित समाकल या प्रतिअवकलन के गुण

$$\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

$$\int cf(x) dx = c \int f(x) dx$$

मूलभूत समाकलन – जिसमें बीज गणितीय, त्रिकोणमितीय, चर घांताकीय फलन सम्मिलित हो। मानक रूप में रूपान्तरण द्वारा समाकलन, प्रतिस्थापन के द्वारा समाकलन। समाकलन के द्वारा क्षेत्र का क्षेत्रफल एवं कुछ मानक रूपों का समाकलन

$$\int \frac{dx}{a^2+x^2}, \int \frac{dx}{x^2-a^2}, \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}, \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 \pm a^2}}$$

$$\int \sqrt{x^2+a^2} dx$$

$\int \sqrt{a^2-x^2} dx$ त्रिकोणमितीय प्रति स्थापन द्वारा समाकलन, खडंशः समाकलन।

इकाई 14. कठिन समाकलन – आंशिक भिन्नों में विभक्त करके समाकलन, परिमेय भिन्न का समाकलन, निम्न रूप के समाकलन को सिद्ध करना एवं उनका अनुप्रयोग करना।

$$\int \frac{dx}{ax^2+bx+c}, \int \frac{px+q}{ax^2+bx+c} dx$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}}, \int \frac{(px+q)dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$$

$$\int \frac{(px+q) \sqrt{ax^2+bx+c}}{dx} dx, \int \frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$$

$$\int \frac{dx}{a+b \cos x}, \int \frac{dx}{a+b \sin x}$$

$$\int \frac{dx}{a \cos x + b \sin x + c}$$

$$\int \frac{a \cos x + b \sin x}{c \cos x + d \sin x} dx,$$

$$\int \frac{dx}{a+b \cos^2 x}, \int \frac{dx}{a+b \sin^2 x}$$

$$\int \frac{dx}{a \sin^2 x + b \cos^2 x}, \int \sin^m x \cos^n x dx \text{ जहां } m \text{ या } n \text{ दोनों विषम है।}$$

नोट :- समानयन सूत्र (Reduction formula) के प्रश्न सम्मिलित नहीं किए जाए।

इकाई 15. निश्चित समाकलन- योग की सीमा के रूप में निश्चित समाकलन की परिभाषा, समाकलन के मूलभूत प्रमेय निश्चित समाकलन का प्रतिस्थापन द्वारा रूपान्तरण, निश्चित समाकलन के निम्न गुणधर्म।

$$\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$$

$$\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$$

$$\int_{-a}^a f(x) dx = \begin{cases} 2 \int_0^a f(x) dx & \text{यदि } f(x) \text{ सम हो} \\ & \text{यदि } f(x) \text{ विषम हो} \end{cases}$$

$$\int_0^{2a} f(x) dx = \begin{cases} 2 \int_0^a f(x) dx & \text{यदि } f(2a-x) = f(x) \\ & \text{यदि } f(2a-x) = -f(x) \end{cases}$$

उपरोक्त गुणधर्मों के द्वारा समाकलन ज्ञात करना। x- अक्ष एवं दी गई कोटियों के बीच और y-अक्ष एवं दी गई भुजों के बीच स्थित किसी वक्र जैसे वृत्त, परवलय, दीर्घवृत्त (मानक रूप में) द्वारा घिरे हुए क्षेत्रों के क्षेत्रफल ज्ञात करना।

इकाई 16. अवकल समीकरण-

05

अवकल समीकरण की परिभाषा, घात एवं कोटि अवकल समीकरण की संरचना, व्यापक और विशेष हल, अवकल समीकरण के चरों का पृथकीकरण और उसका हल, प्रथम कोटि के रैखिक समघात

समीकरण का हल, $dy/dx + py = Q$

जहां p और Q दोनों अचर या x के फलन हो सकते हैं। उन पर आधारित सरल प्रश्न।

नोट - p, x, y के हल होने वाले तथा क्लेराइट्स समीकरण के प्रश्न सम्मिलित नहीं है।

इकाई 17. सह सम्बन्ध -

05

द्विचर आंकड़ों का अर्थ, द्विचर समष्टि सह सम्बन्ध सारणी का स्पष्टीकरण (समान इकाई पर) द्विचर बारम्बारता बंटन, निर्धारक चर के मूल्यों पर प्रतिबन्धी बंटन के आशय के रूप में चरों के संबंध में अन्तर दो परिमाणात्मक चरों के बीच संबंध के मापन के रूप में सहसम्बन्ध विश्लेषण, सहसम्बन्ध के प्रकार दिशा के आधार पर, धनात्मक तथा ऋणात्मक सह सम्बन्ध, चरों की संख्या के आधार पर, सरल, आंशिक, और बहुगुणी सह संबंध, सह

संबंध का अर्थ, पूर्ण सह संबंध, सह संबंध गुणांक के मूल्यों के स्पष्टीकरण हेतु प्रकीर्णन आरेख का उपयोग, सह संबंध गुणांक के उपयोग।

इकाई 18. समाश्रयण –

05

समाश्रयण का अर्थ और समाश्रयण गुणांक का अर्थ गणना एवं प्रकार, समाश्रयण रेखायें दो रेखाओं के समाश्रयण गुणांक की गणना। (न्यूनतम वर्ग विधि द्वारा)

नोट – समाश्रयण त्रुटि और मानक त्रुटि सम्मिलित नहीं है।

इकाई 19. प्रायिकता–

05

प्रायिकता का अर्थ, यादच्छिद प्रयोग एवं तत्संबंधी प्रतिदर्श समाष्टि, प्रतिदर्श बिन्दु, प्रतिदर्श समाष्टि के प्रकार, घटनाएं एवं उनके प्रकार, घटनाएं प्रतिदर्श समाष्टि के उपसमुच्चय के रूप में, संयोगानुपात अवश्यम्भावी घटनाएं, असंभव घटनाएं, परस्पर अपवर्जी घटनाएं,

सरल घटनाएं, अनुकूल समसम्भावी घटनाएं। घटना की प्रायिकता की परिभाषा, अनुकूल समसम्भावी घटनाएं एवं सम्पूर्ण समसम्भावी घटना के अनुपात के रूप में प्रायिकता। परस्पर अपवर्जी घटना के योग का नियम। सक्रियाएं "OR" और "AND" द्वारा अनुकूल। समसम्भावी घटनाओं के संयोग और उनके समुच्चय का निरूपण "A" या "B", "A और B" आदि घटनाओं की प्राथमिकता प्रतिबंधी स्वतंत्र घटनाएं, स्वतंत्र प्रयोग से संबंधित घटनाओं की प्राथमिकता की गणना, याद्राच्छिकचर प्रतिदर्श समाष्टि के फलन के रूप में (जिसके मानों की संख्या सीमित हो) वह चर जिसके मान प्रायिकता पर आधारित हो। याद्राच्छिक या प्रायिकता वितरण (जिस पर याद्राच्छिक चर परिभाषित हो) द्विपद बंटन, विभिन्न याद्राच्छिक प्रयोगों के उदाहरण। जिसमें द्विपद बंटन सहित याद्राच्छिकचर प्राप्त होते हैं।

इकाई 20. ऑकिक विधियाँ–(Numerial Method) - समीकरणों को हल करने की पुनरावृत्ति।

05

1. क्रमिक विभाजन विधि
2. असत्य (त्रिज्या) स्थिति विधि
3. न्यूटन रेफशन विधि, आंशिक समाकलन, आंशिक समाकलन विधि।
4. ट्रापेजोएडल नियम।
5. सिम्पसन का नियम।
6. वैदिक गणित विधि से उन संख्याओं का घनमूल निकालना जो पूर्व घन नहीं हैं।
7. स्वामी भारती कृष्ण तीर्थ का परिचय एवं गणित क्षेत्र में उनका योगदान।

नोट – सरल स्तर के प्रश्न पूछे जाएँ।

परिशिष्ट :-

- (i) गणितीय उपपत्ति (ii) गणितीय प्रादर्श
- (i) गणितीय उपपत्ति:-** परिचित एवं विभिन्न प्रकार के उदाहरणों से उपपत्ति के प्रकार, सीधा एवं विरोधाभास द्वारा।
- (ii) गणितीय प्रादर्श:-** जीवन के वास्तविक घटनाओं का प्रादर्श बनाना (कक्षा 11 वीं के सतत् क्रम में) आव्यूह, कलन गणित, लीनियर प्रोग्रामिंग के परिणाम एवं तकनीक का उपयोग।

Higher Mathematics

Time 3.00 HRS

Class XII

Marks 100

One Paper

S.no	Topics	Marks	Periods
1.	Partial Fractions	05	07
2.	Three Dimensional Geometry (Coordinate system	} 15	07
3.	Direction cosines etc.)		07
4.	Plane		07
5.	Straight line and Sphere		07
6.	Vectors	} 15	07
7.	Product of Vectors		07
8.	Application of vectors in three dimensional Geometry		07
9.	Inverse Trigonometric Functions	05	08
10.	Functions, Limit and Continuity	05	08
11.	Differentiation	10	08
12.	Harder Differentiation	} 05	08
13.	Application of Derivatives		08
14.	Integration		08
15.	Harder Integration	15	08
16.	Definite Integration	} 05	08
17.	Differential Equations		08
18.	Correlation		08
19.	Regression	05	08
20.	Probability	05	08
	Numerical Methods	05	08
	Appendix (i) Prof in mathematics (i) Mathematical Modeling		
	Revision		20
Total		100	180

1. Partial Fractions

5

Definition of partial fractions, Resolving a fraction in to partial fractions when

Vedic Method for solution of partial fraction.

- (i). Denominator contains non repeated real linear factors.
- (ii). Denominator contains some repeated real linear factors.
- (iii). Denominator has real non repeated quadratic factors.

2. Three Dimensional Geometry (Coordinate System direction cosines etc.):

(UNIT 2,3, 4 - 15 Marks)

Coordinates, Coordinate axes, Cartesian system, Coordinate plane, Coordinate of a point in space, Distance between two points, Intercept Formula, Projection of a point on a line and a plane, Projection of a line segment on a given line. Direction cosines of a line, Direction Cosines of the axes, Projection of the line segment, joining two, points on a given line.

3. Plane:

Concept of a plane equation of a plane in normal form. Intercept form of the equation of a plane, General equation of a plane as a linear equation in three variables. Angle between two planes, Distance of a point from a plane, Equation to a plane through the intersection of two planes, Plane bisecting angle between two planes.

4. **Straight line and Sphere:**

Equation of the line joining two points, Angle between a line and a plane. The condition for a line to lie on a plane . Plane containing a line, Cartesian equation of a sphere in the following cases. When the coordinates of centre and the radius of a sphere is given, General equations of a sphere, equations of a sphere when the coordinates of the extremities of a diameter is given.

5. **Vectors :** (UNIT 5, 6,7 - 15 Marks)

Scalar and Vector quantities, Vectors as a directed line segment, the magnitude and directions of a vector. Equal vectors, Unit Vectors, Zero Vectors, Position Vector of a point, Components of a vector, Two dimensional and three dimensional vectors, Resolved parts of a vector in two or three mutually perpendicular directions. Addition of vectors, product of a scalar with a vector. Position vector of the point dividing a line segment in a specified ratio.

6. **Product of Vectors**

Scalar Product of vectors, Vector product of vectors scalar and vector triple products and their properties. Application of vectors in geometrical Problems.

Application of vectors,

Work = Force . Displacement ($W = \vec{f} \cdot \vec{r}$),

Moment of a force, Moment of a couple , Verifications of cosine law.

Proof of the fact:

Angle subtended by a semi circle is a right angle. Expressing area of a triangle as.

$\frac{1}{2} a \times b$ | Verification of sine law. Application of triple product in determining the volume of a cuboid, Coplanarity of vectors.

7. **Application of Vectors in three dimensional Geometry:**

Application of vectors in three dimensional Geometry mentioned in unit number 2,,3,4. Shortest distance between two non coplanar lines (Skew lines) using vectors.

8. **Inverse Trigonometric Functions :**

Inverse of a function, Inverse of trigonometrical function, Principal value, branch, Graph of inverse trigonometric functions. Properties and their proof such as : Simple transformation of trigonometric functions **e.g.**

$$\sin^{-1} \sin x = x \quad \sin^{-1}(-x) = -\sin^{-1} x$$

$$\sin^{-1} x + \cos^{-1} x = \pi/2$$

$$\sin^{-1} \left(\frac{1}{x} \right) = \operatorname{cosec}^{-1} x$$

$$\tan^{-1} x \pm \tan^{-1} y = \tan^{-1} \left(\frac{x \pm y}{1 \mp xy} \right)$$

$$2 \tan^{-1} x = \sin^{-1} \left(\frac{2x}{1+x^2} \right) = \cos^{-1} \left(\frac{1-x^2}{1+x^2} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{2x}{1-x^2} \right)$$

Simplified transformation of trigonometric functions such as:

$$\tan^{-1} \frac{x}{\sqrt{a^2-x^2}} = \sin^{-1} \frac{x}{a}$$

and similar other transformations.

9. Functions, Limit and continuity :

5

Concept of real functions Domain and range of a function. Graph of a function.

Composition of functions ;

Meaning of $x \rightarrow a$, $x \rightarrow a^+$, $x \rightarrow a^-$,

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x), \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) , \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$$

fundamental theorems on limits (without proof)

Proof of the following

(Without treatment)

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^n - a^n}{x - a} = n a^{n-1} \quad (a < 0)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin x = 0 \qquad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \cos x = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \log_e (1+x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1, \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{x} \right) = e$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{1/x} = e^x, \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{a^x - 1}{x} \right) = \log_e a$$

Continuity of a function at a point, in open and closed intervals Sum, Product, Quotient, of continuous functions, polynomials, trigonometricals, functions, exponential functions. Logarithm functions and inverse trigonometric functions and composite functions.

10. Differentiation:-

(UNIT 10 & 11 - 10 Marks)

Differentiation of a function. Its physical and geometric meaning, relation between continuity and differentiability, Differentiation of x^n , $\sin x$, $\cos x$, $\tan x$, e^x , $\log_e x$. (By first principles), Theorems involving differentiation of sum difference, product and quotients of functions. Differentiation of trigonometric functions, inverse trigonometric functions, logarithmic functions, and exponential functions, Differential coefficient function of function (Chain rule). Differentiation by transformation of Inverse trigonometric functions, differentiation by first principles (ab initio).

11. Harder Differentiation:

Differentiation of higher order, successive differentiation , n^{th} derivative of $\sin x$, $\cos x$, x^n , $\frac{1}{ax+b}$, a^x , $e^x \log_e (ax+b)$, differentiation of implicit function, logarithmic differentiation, Parametric differentiation.

12. Applications of derivatives:

5

Motion in a straight line, motion under gravity, rate of change, increasing and decreasing functions and the sign of the derivatives, maxima and minima (absolute and local). Rolle's theorem, Mean Value theory, solution of quadratic equations by differentiation.

Note: Simple level questions may be asked.

13. Integration:

(UNIT 13, 14 & 15 - 15 Marks)

Indefinite integral as an inverse differentiation or properties of antiderivatives.

$$\int [f(x) + g(x)] dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$$

$$\int c f(x) dx = c \int f(x) dx$$

Fundamentals of Integration which includes algebraic trigonometrical, exponential functions, integration by standard transformation, integration by substitutions, area of a region by integration.

Integration of some standard forms:

$$\int \frac{dx}{a^2+x^2}, \quad \int \frac{dx}{x^2-a^2}, \quad \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}}, \quad \int \frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}}$$

$$\int \sqrt{x^2 \pm a^2} dx$$

$$\int \sqrt{a^2-x^2} dx$$

Integration by trigonometrical substitution, integration by parts.

14. Harder Integration:

Integration by splitting into partial fraction integration of rational functions,

Derivation and application of integration in the following form-

$$\int \frac{dx}{ax^2+bx+c}, \quad \int \frac{px+q}{ax^2+bx+c} dx$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}}, \quad \int \frac{(px+q)dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$$

$$\int (px+q) \sqrt{ax^2+bx+c} dx, \quad \int \frac{dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}}$$

$$\int \frac{dx}{a+b \cos x}, \quad \int \frac{dx}{a+b \sin x}$$

$$\int \frac{dx}{a \cos x + b \sin x + c}$$

$$\int \frac{a \cos x + b \sin x}{c \cos x + d \sin x} dx$$

$$\int \frac{dx}{a + b \cos^2 x}, \quad \int \frac{dx}{a + b \sin^2 x}$$

$$\int \frac{dx}{a \sin^2 x + b \cos^2 x}$$

$$\int \sin^m x \cos^n x dx \quad (\text{Where } m \text{ and } n \text{ both are odd})$$

Note :- Question based on a reduction formula are not included.

15. Definite Integration :-

Definition of definite integral as a limited a sum, fundamental theorem of integration, transformation of definite integral by substitution, following properties of definite integrals.

$$\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt$$

$$\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$$

$$\int_{-a}^a f(x) dx = \begin{cases} 2 \int_0^a f(x) dx & \text{When } f(x) \text{ is even} \\ 0 & \text{When } f(x) \text{ is odd} \end{cases}$$

$$\int_0^{2a} f(x) dx = \begin{cases} 2 \int_0^a f(x) dx & \text{When } f(2a-x) = f(x) \\ 0 & \text{When } f(2a-x) = -f(x) \end{cases}$$

Integration by using the above properties . Area Bounded by x axis and two ordinates ' : Y axis and two horizontal and the curves such as circle parabola ellipse (in standard forms)

16. Differential equations :-

05

Definition of differential equation order and degree formation of differential equations, general and particular solution, variable separable method of solving differential equations, solution of linear differential equations of first order $dy/dx + Py = Q$, Where P and Q can both be constant or functions of x . simple questions based on them .

Note : Equations solvable for P ,X, Y and clairut's equations are not included.

17. Correlation: 5
 Meaning of bivariate data, explanation of correlation table for bivariate distribution (in same units). Bivariate frequency distribution, Difference between the values of dependent variable with respect to conditional distribution, correlation analysis as a measure of strength of relation between two numerical variables, Types of correlation on the basis of direction, positive and negative correlation meaning of simple, partial and multiple correlation based on number of variates total correlation and correlation coefficient and their interpretation by scattered diagram.

Use of correlation coefficient.

18. Regression: 5
 Meaning of regression, coeff of regression. Types of regression coefficients and their calculation. Lines of regression. Calculation of regression coefficients of two straight lines (By least square method).

Note: Regression error and standard errors are not included.

19. Probability: 5
 Meaning Random experiment and Sample space sample points, Types of sample space, Events and types of events. Events as subsets of sample space, Occurrence of an event sure events, impossible events, mutually exclusive events, simple events, favourable equally likely events. Definition of probability of an events, probability as ratio of favourable equally likely and Exhaustive events

Addition rule for mutually exclusive events. Operations "OR" and "AND" for favourable equally likely events. Conditional Probability, Independent Events and Probability related to independent Experiments. Random variable as a function of finite sample space. Probability distribution of a random variable; Binomial distribution, Examples of different random experiments.

20. Numerical Methods: 5
 Revision of solving equations.
 (i). Successive division method.
 (ii). Method of false position.
 (iii). Newton Raphsons Method. Partial Integration, Partial integration method.
 (iv). Trapezoidal rule'
 (v). Simpson's Rule
 (Simple questions should be asked)
 (vi) To find cube root of numbers which are not perfect cubes by vedic maths method.
 (vii) Contribution and life history of Swami Bharti Krishna Tirth.

Apendix-Contribution and life

- (i) Proof in mathematics (ii) Mathematical modeling.
 (i) **Proof in mathematics**- Through a variety of examples related to mathematics and already familiar to the learner bring out different kinds of proofs: direct, contrapofitike, by contradiction by counter-example.
 (ii) **Mathematical modeling**- Modelling real-life problems where many constraint and may really need to be ignored (Coantining from class XI). However, now the models concered would use technique/ results of matrices, calculus and linear programming.