

2009

माध्यमिक शिक्षा मण्डल, मध्यप्रदेश, भोपाल

कार्यालयीन उपयोग के लिए

मु.उ.पु. 40 पृष्ठ

निम्न रिक्तियों की सही प्रविष्टि परीक्षार्थी द्वारा की जाए।

परीक्षा के नाम की सील

हायर सेकेंडरी



1. विषय कोड 150 परीक्षा का विषय Mathematics

2. परीक्षा का माध्यम English परीक्षा की दिनांक 24/03/2009

केन्द्र क्रमांक की सील

C. No. 148011

3. परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र का पूर्ण कोड नम्बर

(सेट A, B, C) अनिवार्यतः भरें

कोड सेट
U-2045 B

उत्तर पुस्तिका को सही ढंग से मिलाकर लगायें

उत्तर पुस्तिका का कोड नम्बर

परीक्षार्थी का अनुक्रमांक (अंग्रेजी अकों में)

291430520

पर्यवेक्षक/केन्द्राध्यक्ष का प्रमाणीकरण प्रमाणित किया जाता है कि परीक्षार्थी द्वारा निम्नानुसार पूरक उत्तरपुस्तिका ली गई है :-

क :- संख्या शब्दों में 21 अकों में 2

ख :- परीक्षार्थी की बैठक व्यवस्था कक्षा क्रमांक 4 में है।

ग :- उत्तर पुस्तिका पर प्रश्न-पत्र का कोड नम्बर एवं सेट सही लिखा है।

हस्ताक्षर (पर्यवेक्षक)

Sand

नाम

Sandesh V.D.T

पता/संस्था

Mural Badli

परीक्षार्थी द्वारा ली गई सभी पूरक उत्तर पुस्तिकायें, मुख्य उत्तर पुस्तिका के साथ संलग्न हैं।

Signature

हस्ताक्षर केन्द्राध्यक्ष

परीक्षार्थी, परीक्षक से अपेक्षा है कि वे पृष्ठ भाग पर दिये गये निर्देशों का यथेष्ट पालन सुनिश्चित करेंगे।

प्रमाणित किया जाता है कि उपरोक्तानुसार संलग्न पूरक उत्तर पुस्तिकाओं का संख्या मूल्यांकन के समय सही पाई गई है। होलोग्राफ्ट स्टीकर चस्पा स्थिति में यथावत् रखते हुए ही उत्तरपुस्तिका का मूल्यांकन किया गया है। मैंने सभी प्रश्नों के उत्तरों का गहन मूल्यांकन किया है। उत्तर पुस्तिका के अन्दर के अंक एवं कवर पृष्ठ पर दर्शाये अंक एक समान हैं एवं योग पूर्णतः सही है।

हस्ताक्षर (परीक्षक)

Signature

परीक्षक क्रमांक

9320676

हस्ताक्षर (उपमुख्य परीक्षक)

दिनांक

हस्ताक्षर (मुख्य परीक्षक)

दिनांक

परीक्षार्थी के लिए निर्देश

1. परीक्षार्थी को अपना अनुक्रमांक/विषय/माध्यम/दिनांक एवं प्रश्न-पत्र का कोड (समूह) मुख पृष्ठ पर अंकित करना अनिवार्य है। अन्यत्र कहीं भी नहीं लिखा जाएगा।
2. अनुक्रमांक नीचे दिये गए उदाहरण अनुसार लिखा जाए :-

1	8	2	4	3	9	5	6	8
एक	आठ	दो	चार	तीन	नौ	पाँच	छः	आठ

2182

3. उत्तर पुस्तिका के दोनों ओर पृष्ठों में लिखें। बीच में रिक्त स्थान न छोड़ें। भूल से छूटा/रिक्त स्थान तथा शेष खाली पृष्ठों को क्रास किया जाए।
4. परीक्षार्थी प्रश्न पत्र हल करते समय ही, कवर पृष्ठ पर दी गई तालिका में प्रश्न क्रमांक के सम्मुख वाले कालम में उत्तरपुस्तिका का वह पृष्ठ क्रमांक अनिवार्य रूप से अंकित करें जिस पर प्रश्न का उत्तर लिखा गया है। यदि पूरे उत्तरपुस्तिका का उपयोग किया गया हो, तो उस पर 41 से प्रारंभ करते हुए पृष्ठ क्रमांक परीक्षार्थी द्वारा स्वयं डाले जाएँ।

परीक्षक के लिए निर्देश

1. केवल उन्हीं उत्तरपुस्तिकाओं का मूल्यांकन करें जिन पर होलो क्राफ्ट स्टिकर चस्पा है।
2. उत्तरपुस्तिका का मूल्यांकन होलो क्राफ्ट स्टिकर को चस्पा स्थिति में यथावत् रखते हुए ही किया जाये।
3. बिना होलो क्राफ्ट स्टिकर वाली तथा फटे हुए होलो क्राफ्ट स्टिकर वाली सभी उत्तरपुस्तिकाएँ मूल्यांकन हेतु माध्यमिक शिक्षा मण्डल, मध्यप्रदेश, भोपाल को व्यक्तिशः रूप से भेजी जाये।

मूल्यांकन केन्द्र के लिए निर्देश

1. **O.M.R. SHEET** पर प्राप्तांक की प्रविष्टि करने हेतु केवल वहीं उत्तरपुस्तिकाएँ प्राप्त करें, जिनका मूल्यांकन होलो क्राफ्ट स्टिकर को चस्पा स्थिति में यथावत् रखते हुए ही किया गया है। यदि होलो क्राफ्ट स्टिकर फटा हुआ पाया जाता है तो ऐसी उत्तरपुस्तिकाएँ मूल्यांकन केन्द्र अधिकारी को पृथक से सौपी जाएँ। ऐसे प्रकरणों के प्राप्तांकों की प्रविष्टि **O.M.R. SHEET** में नहीं की जाए। मूल्यांकन केन्द्र अधिकारी ऐसी उत्तरपुस्तिकाएँ पुनः मूल्यांकन के लिये माध्यमिक शिक्षा मण्डल, मध्यप्रदेश, भोपाल को व्यक्तिशः रूप से सौपेंगे।
2. उत्तरपुस्तिका के मुख्य पृष्ठ में अंकों एवं शब्दों में अंकित प्राप्तांकों को मिलान कर **O.M.R. SHEET** में अंकों की सटीक प्रविष्टि करें।
3. **O.M.R. SHEET** पर प्रमाणीकरण कर हस्ताक्षर करें।

3

पृ

क



Sol (2) Given equations of lines -

$$\vec{r} = (3-t)\hat{i} + (4+2t)\hat{j} + (t-2)\hat{k} \quad \text{--- (1)}$$

$$\vec{r} = (1+s)\hat{i} + (3s-7)\hat{j} + (2s-2)\hat{k} \quad \text{--- (2)}$$

By eq. (1) -

$$\vec{r} = 3\hat{i} - t\hat{i} + 4\hat{j} + 2t\hat{j} + t\hat{k} - 2\hat{k}$$

$$\vec{r} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k} + t(-\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}) \quad \text{--- (3)}$$

By eq. (2) -

$$\vec{r} = \hat{i} + s\hat{i} + 3s\hat{j} - 7\hat{j} + 2s\hat{k} - 2\hat{k}$$

$$\vec{r} = \hat{i} - 7\hat{j} - 2\hat{k} + s(\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}) \quad \text{--- (4)}$$

Comparing eq. (3) with $\vec{r} = \vec{a}_1 + t\vec{b}_1$ and eq. (4) with $\vec{r} = \vec{a}_2 + s\vec{b}_2$, we get -

$$\vec{a}_1 = 3\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}$$

$$\vec{b}_1 = -\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$$

$$\vec{a}_2 = \hat{i} - 7\hat{j} - 2\hat{k}$$

$$\vec{b}_2 = \hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$$

④

0

योग पूर्व पृष्ठ

+

0

पृष्ठ 4 के अंक

=

0

कुल अंक



∴ Shortest distance between two lines -

$$= \frac{[\bar{a}_2 - \bar{a}_1, \bar{b}_1, \bar{b}_2]}{|\bar{b}_1 \times \bar{b}_2|}$$

$$\begin{aligned} \therefore \bar{a}_2 - \bar{a}_1 &= (\hat{i} - 7\hat{j} - 2\hat{k}) - (3\hat{i} + 4\hat{j} - 2\hat{k}) \\ &= -2\hat{i} - 11\hat{j} \end{aligned}$$

$$(\bar{b}_1 \times \bar{b}_2) = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(4-3) - \hat{j}(-2-1) + \hat{k}(-3-2)$$

$$\bar{b}_1 \times \bar{b}_2 = \hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k}$$

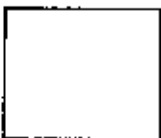
$$|\bar{b}_1 \times \bar{b}_2| = \sqrt{1^2 + (3)^2 + (-5)^2}$$

$$= \sqrt{1+9+25}$$

$$= \sqrt{35}$$

$$(\bar{a}_2 - \bar{a}_1) \cdot (\bar{b}_1 \times \bar{b}_2) = [\bar{a}_2 - \bar{a}_1, \bar{b}_1, \bar{b}_2]$$

$$= (-2\hat{i} - 11\hat{j}) \cdot (\hat{i} + 3\hat{j} - 5\hat{k})$$

B
S
E
M
P

पृष्ठ के अंकों का योग

5

भाग पूर्व पृष्ठ

पृष्ठ 5 के अंक

कुल अंक



$$= -2 - 33 - 0$$

$$[\bar{a}_2 - \bar{a}_1 \quad \bar{b}_1 \quad \bar{b}_2] = -35$$

Now, Shortest distance b/w two given lines is -

$$= \frac{-35}{\sqrt{35}}$$

$$= - \frac{(\sqrt{35} \times \sqrt{35})}{\sqrt{35}}$$

$$= -\sqrt{35} \text{ unit}$$

Ans \rightarrow S.D. = $\sqrt{35}$ unit (numerically)

B
S
E
M
P

6



Sol. (20)

Given equations of lines --

$$\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{5} = \frac{z+5}{7} \quad \text{--- (1)}$$

$$\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{3} = \frac{z-6}{5} \quad \text{--- (2)}$$

Comparing eq. (1) with $\frac{x-x_1}{l_1} = \frac{y-y_1}{m_1} = \frac{z-z_1}{n_1}$

and eq. (2) with $\frac{x-x_2}{l_2} = \frac{y-y_2}{m_2} = \frac{z-z_2}{n_2}$,

we get -

$x_1 = -1$	$x_2 = 2$	$l_1 = 3$	$l_2 = 1$
$y_1 = -3$	$y_2 = 4$	$m_1 = 5$	$m_2 = 3$
$z_1 = -5$	$z_2 = 6$	$n_1 = 7$	$n_2 = 5$

∴ Two lines will intersect each other if -

$$\begin{vmatrix} x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0$$

B
S
E
M
P

⑦



Hence,

$$\text{L.H.S.} = \begin{vmatrix} 2 - (-1) & 4 - (-3) & 6 - (-5) \\ 3 & 5 & 7 \\ 1 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 3 & 7 & 11 \\ 3 & 5 & 7 \\ 1 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$

$$= 3(25 - 21) - 7(15 - 7) + 11(9 - 5)$$

$$= 12 - 56 + 44$$

$$= 56 - 56$$

$$= 0$$

Hence, lines ① and ② intersect each other.

Now, co-ordinates of a point Q on line ① are

$$\frac{x+1}{3} = \frac{y+3}{5} = \frac{z+5}{7} = k \quad (\text{let})$$

$$x = 3k - 1 \quad y = 5k - 3 \quad z = 7k - 5$$

9

3 +

पृष्ठ 9 के अंक

कुल अंक



$$z = 7k - 5$$

$$z = 7\left(\frac{1}{2}\right) - 5$$

$$z = \frac{7 - 10}{2} = -\frac{3}{2}$$

Ans →

B
S
E
M
P

Hence, the co-ordinates of intersection point of lines ① and ② are

$$\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$$



पृष्ठ के अंकों का योग

10



Sol. 18

Given equation -

$$(1+x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy - 4x^2 = 0$$

$$(1+x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy = 4x^2 \quad \text{--- (1)}$$

Dividing eq. (1) by $(1+x^2)$ -

$$\frac{dy}{dx} + \frac{2x}{(1+x^2)} y = \frac{4x^2}{(1+x^2)} \quad \text{--- (2)}$$

Comparing eq. (2) with standard equation $\frac{dy}{dx} + Py = Q$, we get -

$$P = \frac{2x}{1+x^2}, \quad Q = \frac{4x^2}{1+x^2}$$

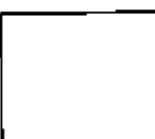
$$\int P dx = \int \frac{2x}{1+x^2} dx$$

$$1+x^2 = t$$

$$2x dx = dt$$

$$= \int \frac{dt}{t}$$

$$\int P dx = \log t = \log (1+x^2)$$



पूरा से अंकों का योग

B
S
E
M
P

(11)

+

योग पूर्व पृष्ठ

पृष्ठ 11 का

कुल अंक



Now, Integration factor -

$$(I.F.) = e^{\int P dx}$$

$$= e^{\log(1+x^2)}$$

$$(I.F.) = (1+x^2)$$

Hence, solution of given equation is -

$$y.(I.F.) = \int Q.(I.F.) dx$$

$$y.(1+x^2) = \int \frac{4x^2}{(1+x^2)} \times (1+x^2) dx$$

$$y(1+x^2) = 4 \int x^2 dx$$

$$y(1+x^2) = \frac{4x^3}{3}$$

$$y = \frac{4x^3}{3(1+x^2)}$$

~~the~~ This is the required differential equation.

12

$$+ \boxed{0} =$$

पृष्ठ 12 के अंक

कुल अंक



Sol. (17)

$$\text{let } I = \int \frac{dx}{1 - 2\sin x}$$

$$\therefore \sin 2x = \frac{2 \tan x}{1 + \tan^2 x}$$

$$\therefore \sin x = \frac{2 \tan x/2}{1 + \tan^2 x/2}$$

Now,

$$I = \int \frac{dx}{1 - 2 \left\{ \frac{2 \tan x/2}{1 + \tan^2 x/2} \right\}}$$

$$I = \int \frac{dx}{1 + \tan^2 x/2 - 4 \tan x/2}$$

$$I = \int \frac{(1 + \tan^2 \frac{x}{2}) dx}{\tan^2 \frac{x}{2} - 4 \tan \frac{x}{2} + 1}$$

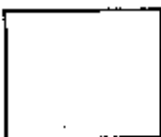
$$I = \int \frac{\sec^2 \frac{x}{2} dx}{\tan^2 \frac{x}{2} - 4 \tan \frac{x}{2} + 1}$$

$$\tan \frac{x}{2} = t$$

$$\sec^2 \frac{x}{2} \cdot \frac{1}{2} dx = dt$$

$$\sec^2 \frac{x}{2} dx = 2 dt$$

B
S
E
M
P



पृष्ठ के अंकों का योग

(13)

L



No. 10,

$$I = \int \frac{2 dt}{t^2 - 4t + 1}$$

$$I = 2 \int \frac{dt}{t^2 - 4t + 4 - 3}$$

$$I = 2 \int \frac{dt}{(t-2)^2 - (\sqrt{3})^2}$$

$$t - 2 = p$$

$$dt = dp$$

$$I = 2 \int \frac{dp}{p^2 - (\sqrt{3})^2}$$

$$I = 2 \int \frac{1}{2}$$

$$\therefore \int \frac{1}{x^2 - a^2} dx = \frac{1}{2a} \log \frac{x-a}{x+a}$$

$$\therefore \int \frac{dp}{p^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \log \frac{p - \sqrt{3}}{p + \sqrt{3}}$$

Hence,

$$I = 2 \left[\frac{1}{2\sqrt{3}} \log \frac{p - \sqrt{3}}{p + \sqrt{3}} \right]$$

B
S
E
M
P



Putting $p = t - 2$

$$I = \frac{1}{\sqrt{3}} \log \frac{(t-2) - \sqrt{3}}{(t-2) + \sqrt{3}}$$

Putting $t = \tan x/2$

$$I = \frac{1}{\sqrt{3}} \log \left\{ \frac{\tan x/2 - 2 - \sqrt{3}}{\tan x/2 - 2 + \sqrt{3}} \right\}$$

$$I = \frac{1}{\sqrt{3}} \log \left\{ \frac{\tan x/2 - (2 + \sqrt{3})}{\tan x/2 - (2 - \sqrt{3})} \right\}$$

This is the required answer.

B
S
E
M
P



(13)



No. 60,

$$I = \int \frac{2 dt}{t^2 - 4t + 1}$$

$$I = 2 \int \frac{dt}{t^2 - 4t + 4 - 3}$$

$$I = 2 \int \frac{dt}{(t-2)^2 - (\sqrt{3})^2}$$

$$t - 2 = p$$

$$dt = dp$$

$$I = 2 \int \frac{dp}{p^2 - (\sqrt{3})^2}$$

$$I = -2 \left[\frac{t}{2} \right]$$

$$\therefore \int \frac{1}{x^2 - a^2} dx = \frac{1}{2a} \log \frac{x-a}{x+a}$$

$$\therefore \int \frac{dp}{p^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \log \frac{p - \sqrt{3}}{p + \sqrt{3}}$$

Hence,

$$I = 2 \left[\frac{1}{2\sqrt{3}} \log \frac{p - \sqrt{3}}{p + \sqrt{3}} \right]$$

B
S
E
M
P

15



Sol. (15)

Given limit -

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\frac{\sin x}{\cos x} - \sin x}{x^3}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{\sin x - \sin x \cdot \cos x}{\cos x \cdot x^3} \right.$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x (1 - \cos x)}{x^3 \cdot \cos x}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x (1 - \cos x)}{x^3 \cdot \cos x} \cdot x \frac{(1 + \cos x)}{(1 + \cos x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x (1 - \cos^2 x)}{x^3 \cos x (1 + \cos x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x \cdot \sin^2 x}{x^3 \cdot \cos x (1 + \cos x)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 x}{x^3} \cdot x \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos x (1 + \cos x)}$$

B
S
E
M
P



पृष्ठ के अंकों का योग

(16)

पृष्ठ 16 के अंक

+

कुल अंक

कुल अंक



$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^3 \times \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos x (1 + \cos x)}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

\therefore By the above formula and by applying limit -

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} = (1)^3 \times \frac{1}{\cos 0 (1 + \cos 0)}$$

$$= 1 \times \frac{1}{1(1+1)}$$

$$= 1 \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2}$$

Hence,

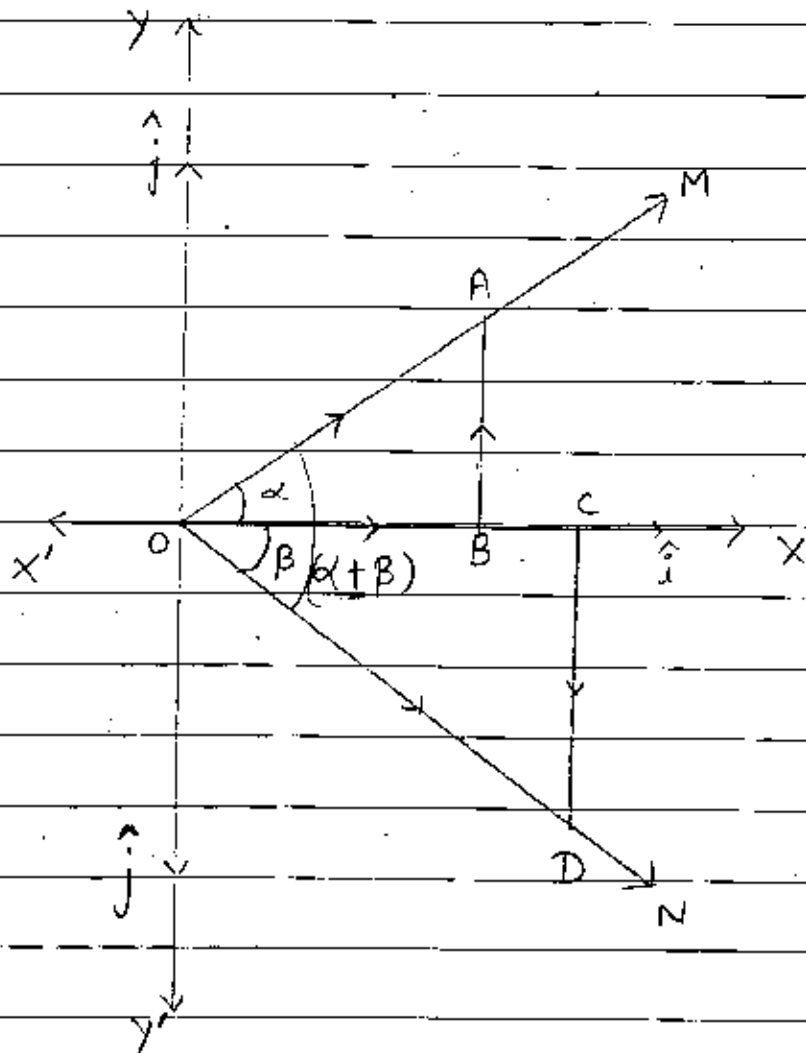
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3} = \frac{1}{2}$$

B
S
E
M
P



Sol. (14)

To Prove - $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta + \cos\alpha \cdot \sin\beta$



B
S
E
M
P

Let \bullet OX' and YY' are two lines on the plane of paper which intersect each other at point O .

The unit vectors along OX , OY and OY' are respectively \hat{i} , \hat{j} and $-\hat{j}$.

Let OM is a unit vector which makes an angle α with X -axis or OX . Draw $AB \perp OX$.



पृष्ठ के अंकों का योग



Let \vec{ON} is another unit vector which makes an angle β with OX . Draw $DC \perp OX$:

$$\text{Now, } \angle AOD = (\alpha + \beta)$$

$$\therefore |\vec{OM}| = 1 \quad \therefore |\vec{ON}| = 1$$

$$\therefore |\vec{OA}| = 1 \quad \therefore |\vec{OD}| = 1$$

Now,

In ΔAOB , By triangle law -

$$\vec{OA} = \vec{OB} + \vec{BA}$$

$$\text{But } \vec{OB} = \hat{i} \cos \alpha, \quad \vec{BA} = \hat{j} \sin \alpha$$

$$\vec{OA} = \hat{i} \cos \alpha + \hat{j} \sin \alpha \quad \text{--- (1)}$$

Again,

In ΔCOD , By triangle law -

$$\vec{OD} = \vec{OC} + \vec{CD}$$

$$\text{But, } \vec{OC} = \hat{i} \cos \beta, \quad \vec{CD} = -\hat{j} \sin \beta$$

$$\therefore \vec{OD} = \hat{i} \cos \beta - \hat{j} \sin \beta \quad \text{--- (2)}$$

Now,

$$\vec{OD} \times \vec{OA} = (\hat{i} \cos \beta - \hat{j} \sin \beta) \times (\hat{i} \cos \alpha + \hat{j} \sin \alpha)$$

(3)

B
S
E
M
P

19

$$1 + 0 =$$



पृष्ठ 19 के अंक

$$\vec{OD} \times \vec{OA} = (\hat{i} \cos \beta - \hat{j} \sin \beta) \times (\hat{i} \cos \alpha + \hat{j} \sin \alpha) \quad \text{--- (3)}$$

$$\text{But } \vec{OD} \times \vec{OA} = |\vec{OD}| |\vec{OA}| \sin(\alpha + \beta) \hat{k}$$

$$\text{and } |\vec{OD}| = 1 \quad |\vec{OA}| = 1$$

$$\therefore \vec{OD} \times \vec{OA} = 1 \cdot 1 \sin(\alpha + \beta) \hat{k}$$

$$\vec{OD} \times \vec{OA} = \sin(\alpha + \beta) \hat{k}$$

By eq. (3) -

$$\sin(\alpha + \beta) \hat{k} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ \cos \beta & -\sin \beta & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(0-0) - \hat{j}(0-0) + \hat{k}(\cos \alpha \sin \beta)$$

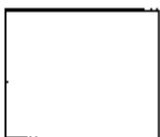
$$= \hat{i}(0-0) - \hat{j}(0-0) + \hat{k}(-\cos \alpha \sin \beta)$$

$$\sin(\alpha + \beta) \hat{k} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ \cos \beta & -\sin \beta & 0 \\ \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \hat{i}(0-0) - \hat{j}(0-0) + \hat{k}(\cos \beta \sin \alpha + \cos \alpha \sin \beta)$$

$$\sin(\alpha + \beta) \hat{k} = (\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta) \hat{k}$$

B
S
E
M
P



पृष्ठ के अंकों का योग



$$\sin(\alpha + \beta) \hat{K} = (\sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta) \hat{K}$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

Hence, Proved.

B
S
E
M
P



Sol. (12)

Given Table -

x	y	xy	x ²	y ²
0	2	0	0	4
1	1	1	1	1
2	3	6	4	9
3	2	6	9	4
4	4	16	16	16
5	3	15	25	9
6	3	18	36	9
21	18	62	91	52

$$\Sigma x = 21$$

$$\Sigma y = 18$$

$$\Sigma xy = 62$$

$$\Sigma x^2 = 91$$

$$n = 7$$

$$\Sigma y^2 = 52$$

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{21}{7} = 3$$

$$\bar{y} = \frac{\Sigma y}{n} = \frac{18}{7} = 2.57$$

Now, Regression coefficient of y on x -

$$b_{yx} = \frac{\Sigma xy - \frac{\Sigma x \Sigma y}{n}}{\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n}}$$

$$b_{yx} = \frac{62 - \frac{21 \times 18}{7}}{91 - \frac{(21)^2}{7}}$$



$$b_{yx} = \frac{62 - (3 \times 18)}{91 - (3 \times 21)}$$

$$b_{yx} = \frac{62 - 54}{91 - 63}$$

$$b_{yx} = \frac{8}{28}$$

$$b_{yx} = \frac{4}{14}$$

$$b_{yx} = \frac{2}{7}$$

Now,

Regression line of y on x -

$$(y - \bar{y}) = b_{yx} (x - \bar{x})$$

$$\therefore \bar{y} = \frac{18}{7}, \quad \bar{x} = 3, \quad b_{yx} = \frac{2}{7}$$

$$\therefore y - \frac{18}{7} = \frac{2}{7} (x - 3)$$

$$\frac{7y - 18}{7} = \frac{2x - 6}{7}$$

$$7y - 18 = 2x - 6$$

$$7y = 2x - 6 + 18$$

$$7y = 2x + 12$$

$$y = \frac{2x + 12}{7}$$

B
S
E
M
P



$$y = \frac{2}{7}x + \frac{12}{7}$$

$$y = 0.28x + 1.71$$

Hence, the regression line of y on x is -

$$y = 0.28x + 1.71$$

"

B
S
E
M
P





Set. (11)

Table

x	y	xy
1	6	6
2	9	18
3	6	18
4	7	28
5	8	40
6	5	35
7	12	84
8	3	24
9	17	153
10	1	10
55	74	416

$$n = 10$$

$$\Sigma x = 55$$

$$\Sigma y = 74$$

$$\Sigma xy = 416$$

$$\therefore \text{cov}(x, y) = \frac{1}{n} \left\{ \Sigma xy - \frac{\Sigma x \Sigma y}{n} \right\}$$

$$= \frac{1}{10} \left\{ 416 - \frac{55 \times 74}{10} \right\}$$

$$\text{cov}(x, y) = \frac{1}{10} \left\{ 416 - 11 \times 37 \right\}$$



पृष्ठ के अंकों का योग



$$\text{COV}(x, y) = \frac{1}{10} \{ 916 - 407 \}$$

$$= \frac{1}{10} (9)$$

$$\text{COV}(x, y) = \frac{9}{10}$$

$$\text{COV}(x, y) = 0.9$$

Hence, the required value of covariance is 0.9.

B
S
E
M
P



26

योग पूर्व पृष्ठ

पृष्ठ 26 के अंक

कुल



Sol. (10)

Given-

Rate of increase of radius of circular plate,
 $\frac{dr}{dt} = 0.2 \text{ cm/sec}$

Radius of plate, $r = 10 \text{ cm}$

To find- Rate of increase of area of circular plate,

$$\frac{dA}{dt} = ?$$

\therefore we know that-

Area of circular plate-

$$A = \pi r^2$$

Differentiating with respect to r & t -

$$\frac{dA}{dt} = 2\pi r \frac{dr}{dt}$$

$$\therefore \frac{dA}{dt} = 0.2 \text{ cm/sec}, \quad r = 10 \text{ cm}$$

$$\therefore \frac{dA}{dt} = 2\pi \times 10 \times 0.2$$

B
S
E
M
P

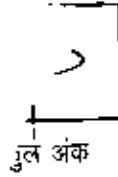


पृष्ठ के अंकों का योग

27



पृष्ठ सं.



कुल अंक



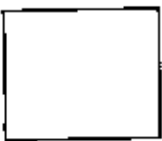
$$\frac{dA}{dt} = 2\pi \times 10 \times \frac{0.2}{10}$$

$$\frac{dA}{dt} = 2\pi \times 10 \times \frac{2}{10}$$

$$\frac{dA}{dt} = 4\pi \text{ cm}^2/\text{sec}$$

Ans Hence, rate of increase of area of circular plate is $4\pi \text{ cm}^2/\text{sec}$.

B
S
E
M
P



पृष्ठ के अंकों का योग



Sol. (9)

Given -

$$y = a \sin mx + b \cos mx$$

To Prove -

$$\frac{d^2y}{dx^2} + m^2y = 0$$

$$y = a \sin mx + b \cos mx$$

Differentiating with respect to x , we get -

$$\frac{dy}{dx} = a \sin mx \cdot m + b \cos mx \cdot m$$

$$\frac{dy}{dx} = a \cdot m \sin mx + b \cdot m \cos mx$$

Again, differentiating w.r.t. x , we get -

$$\frac{d^2y}{dx^2} =$$

B
S
E
M
P

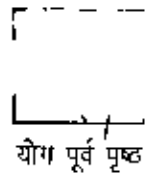


$$\frac{d^2y}{dx^2} + m^2y = 0$$

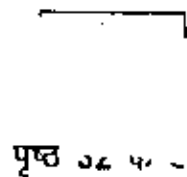
Hence, Proved.

B
S
E
M
P

4



योग पूर्व पृष्ठ



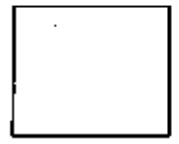
पृष्ठ ३२ पर



This is the required differentiation of \sqrt{x} from first principle.

Hence, $\frac{d(\sqrt{x})}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

B
S
E
M
P



पृष्ठ के अंकों का योग



Sol. (7)

Given - $\tan^{-1} \left(\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} \right)$

To find - Simplest form.

$$\tan^{-1} \left\{ \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} \right\} = \tan^{-1} \left\{ \frac{\cos x \left(1 - \frac{\sin x}{\cos x} \right)}{\cos x \left(1 + \frac{\sin x}{\cos x} \right)} \right\}$$

$$= \tan^{-1} \left\{ \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x} \right\}$$

$$\because \tan \pi/4 = 1$$

$$= \tan^{-1} \left\{ \frac{\tan \pi/4 - \tan x}{1 + \tan x \cdot \tan \pi/4} \right\}$$

$$\tan^{-1} \left\{ \frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} \right\} = \tan^{-1} \left\{ \tan \left(\frac{\pi}{4} - x \right) \right\}$$

$$= \frac{\pi}{4} - x$$

Hence, the simplest form of $\tan^{-1} \left(\frac{\cos x - \sin x}{\cos x + \sin x} \right)$

is $\frac{\pi}{4} - x$.

B
S
E
M
P



Sol. (6)

~~$$\frac{x^3}{(1-x)^4}$$~~

Given fraction -

$$\frac{x^3}{(1-x)^4}$$

$$\text{let } 1-x = y$$

$$x = 1-y$$

$$\frac{x^3}{(1-x)^4} = \frac{(1-y)^3}{y^4}$$

$$\therefore (a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$$

$$\therefore (1-y)^3 = 1 - y^3 - 3y(1-y)$$

Now,

$$\frac{x^3}{(1-x)^4} = \frac{1 - y^3 - 3y(1-y)}{y^4}$$

$$= \frac{1 - y^3 - 3y + 3y^2}{y^4}$$

~~$$\frac{x^3}{(1-x)^4} = \frac{1}{y^4} - \frac{y^3}{y^4} - \frac{3y}{y^4} + \frac{3y^2}{y^4}$$~~

$$\frac{x^3}{(1-x)^4} = \frac{1}{y^4} - \frac{1}{y} - \frac{3}{y^3} + \frac{3}{y^2}$$



$$\frac{x^3}{(1-x)^4} = \frac{1 - 3y + 3y^2 - y^3}{y^4}$$

$$= \frac{1}{y^4} - \frac{3y}{y^4} + \frac{3y^2}{y^4} - \frac{y^3}{y^4}$$

$$\frac{x^3}{(1-x)^4} = \frac{1}{y^4} - \frac{3}{y^3} + \frac{3}{y^2} - \frac{1}{y} \quad \text{--- (1)}$$

Hence, The partial fractions of $\frac{x^3}{(1-x)^4}$

are \leftarrow by putting the value of x & y

are -

$$\therefore 1-x = y$$

$$\text{or } y = 1-x$$

Hence,

$$\frac{x^3}{(1-x)^4} = \frac{1}{(1-x)^4} - \frac{3}{(1-x)^3} + \frac{3}{(1-x)^2} - \frac{1}{(1-x)}$$

i.e.

$$\frac{x^3}{(1-x)^4} = \frac{1}{(1-x)^4} - \frac{3}{(1-x)^3} + \frac{3}{(1-x)^2} - \frac{1}{(1-x)}$$



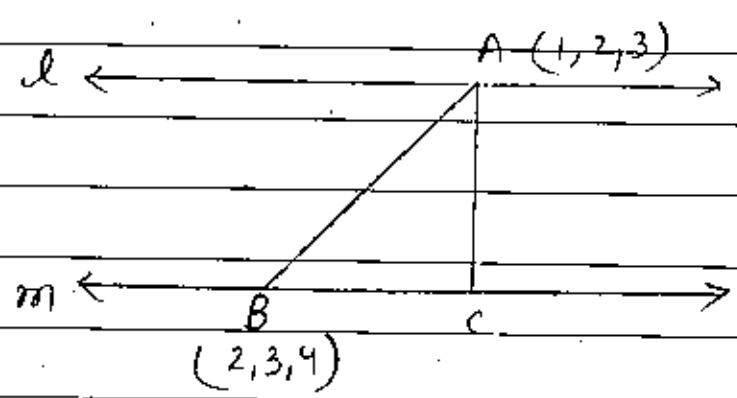
Sol. (13)

Given equations of lines -

$$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4} \quad \text{--- (1)}$$

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-5}{5} \quad \text{--- (2)}$$

Let the lines be l and m , on which point



Line l passes through point $A(1, 2, 3)$ and line m passes through point $B(2, 3, 4)$. Draw $AC \perp m$ we have to find AC .

$$AB = \sqrt{(2-1)^2 + (3-2)^2 + (4-3)^2}$$

$$= \sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}$$

$$AB = \sqrt{1+1+1}$$

$$AB = \sqrt{3}$$

B
S
E
M
P





The direction cosines of BC are -

$$\frac{3}{\sqrt{3^2+4^2+5^2}}, \frac{4}{\sqrt{3^2+4^2+5^2}}, \frac{5}{\sqrt{3^2+4^2+5^2}}$$

$$\frac{l}{a} = \frac{m}{b} = \frac{n}{c} = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

Here, $a = 3, b = 4, c = 5$

$$\frac{l}{3} = \frac{m}{4} = \frac{n}{5} = \frac{1}{\sqrt{3^2+4^2+5^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{9+16+25}}$$

$$\frac{l}{3} = \frac{m}{4} = \frac{n}{5} = \frac{1}{\sqrt{50}}$$

$$l = \frac{3}{\sqrt{50}}, m = \frac{4}{\sqrt{50}}, n = \frac{5}{\sqrt{50}}$$

Now,

BC = Projection of AB on line m

$$= \frac{3}{\sqrt{50}}(2-1) + \frac{4}{\sqrt{50}}(3-2) + \frac{5}{\sqrt{50}}(4-3)$$

$$= \frac{3}{\sqrt{50}} + \frac{4}{\sqrt{50}} + \frac{5}{\sqrt{50}}$$

$$= \frac{3+4+5}{\sqrt{50}}$$

$$BC = \frac{12}{\sqrt{50}}$$

B
S
E
M
P



पृष्ठ के अंकों का योग



Now, In right angled $\triangle ABC$ --

$$AC^2 =$$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

$$(\sqrt{3})^2 = (AC)^2 + \left(\frac{12}{\sqrt{50}}\right)^2$$

$$3 = (AC)^2 + \frac{144}{50}$$

$$(AC)^2 = 3 - \frac{144}{50}$$

$$= \frac{150 - 144}{50}$$

$$(AC)^2 = \frac{150 - 144}{50}$$

$$(AC)^2 = \frac{6}{50}$$

$$AC = \sqrt{\frac{6}{50}}$$

$$AC = \sqrt{\frac{3}{25}} \text{ unit} = \frac{\sqrt{3}}{5} \text{ unit}$$

Hence, the shortest distance
b/w lines (1) and (2) is $\sqrt{\frac{3}{25}}$ unit

$$\text{or } \frac{\sqrt{3}}{5} \text{ unit}$$

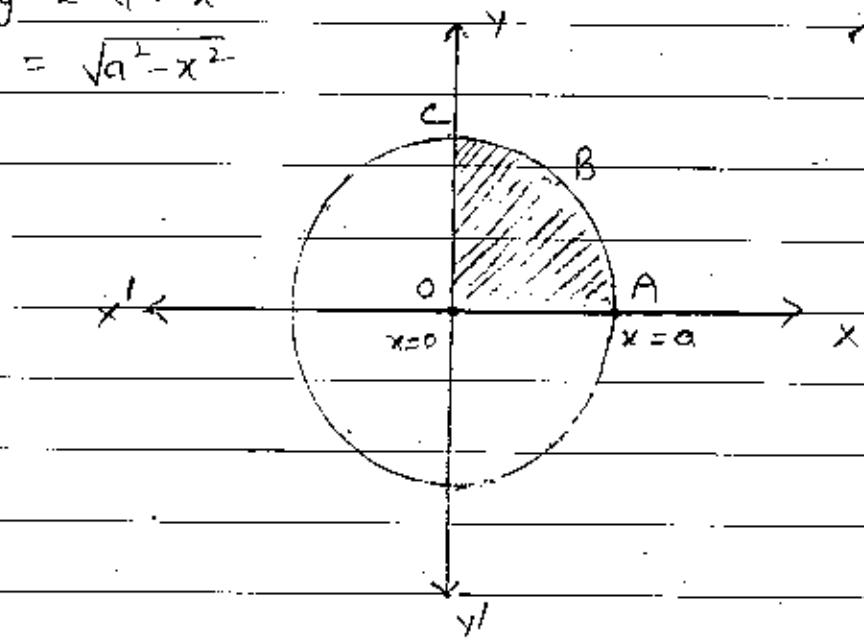


Sol. (16)

Eq. of circle -

$$x^2 + y^2 = a^2 \quad \rightarrow (1)$$

$$y^2 = a^2 - x^2$$
$$y = \sqrt{a^2 - x^2}$$



B
S
E
M
P

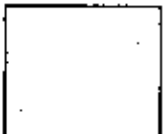
Area of OABC = \int_0^a ~~x^2~~ $y \, dx$

$$= \int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} \, dx$$

$$= \left. \frac{1}{2} \left[x \sqrt{a^2 - x^2} + a^2 \sin^{-1} \frac{x}{a} \right] \right|_0^a$$

$$= \frac{1}{2} \left[a \sqrt{a^2 - a^2} + a^2 \sin^{-1} \frac{a}{a} \right] -$$

$$\frac{1}{2} \left[\cancel{0} \cdot \sqrt{a^2 - 0} + a^2 \sin^{-1} \left(\frac{0}{a} \right) \right]$$



पृष्ठ के अंकों का योग



A \bar{A}

$\frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}$
 $P(AAA)$
 $P(A\bar{A}\bar{A}) + P(\bar{A}AA)$
 $+ P(\bar{A}\bar{A}A)$

$\frac{\sin x}{\cos x} = \sin x$
 $\int \frac{\sin x}{\cos x} dx = \int \sin x \sec x dx$
 $\int \sin x (1 - \cos x) \times \frac{1}{1 + \cos x} dx$
 $\frac{1}{x^3} \cos x$
 $(a^2 - 2ab + b^2)(a-b)$
 $a^3 - a^2b - 2a^2b + 2ab^2$
 $25k - 35 = 21k - 33$
 $4k = 2$
 $a^3 - b^3 - 3a^2b + 3ab^2$
 $x^3 a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$
 $y = \frac{4}{3} \frac{x^3 a^3 - b^3 - 3ab(a-b)}{(1+x^2)^2}$

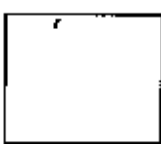
$\frac{dy}{dx} = \frac{4}{3} \left[\frac{(1+x^2) \cdot 3x^2 - x^3(2x)}{(1+x^2)^2} \right]$
 $\frac{dy}{dx} = \frac{4}{3} \left[\frac{3x^2 + 3x^4 - 2x^4}{(1+x^2)^2} \right]$

$(1+x^2) \frac{dy}{dx} = \frac{4}{3} \frac{3x^2 + x^4}{(1+x^2)}$
 $y = \int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} dx + \int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} dx$
 $4 \cdot \bar{y} = b_{yx}(x \cdot \bar{x}) = \sqrt{a^2-x^2} \cdot y(3+x^2)$

$(1+x^2) dy + 2xy - 4x^2 = \frac{4}{3} \frac{3x^2 + x^4}{(1+x^2)}$
 $b_{yx} = \frac{S_{xy} - S_x S_y}{n}$
 $S_x^2 - (S_x)^2 = 4x^2(3+x^2) + 8x^4 - 4x^2(3+3x^2)$

$a^2 - x^2 = \sqrt{a^2 - x^2}$
 $-2x dx = \frac{1}{2} \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx$
 $12x^2 + 12x^2 + 4x^4 + 8x^4 - 12x^2 - 12x^4$

B
S
E
M
P



पृष्ठ के अंकों का योग

माध्यमिक शिक्षा मण्डल, मध्य

ल



परीक्षक के लिये
स्टीकर तीर के निशान से मिलाकर लगायें

1. केन्द्र की सील
 2. पर्यवेक्षक के हस्ताक्षर व दिनांक
 3. केन्द्राध्यक्ष के हस्ताक्षर की सील
 4. केन्द्र क्रमांक **C. No. 148011**
 6. परीक्षा का नाम Higher Secondary Exam.
 7. विषय Mathematics 8. माध्यम English
 8. दिनांक 24/03/09
- पृष्ठ (11)



B
S
E
M
P

$$= \frac{1}{2} \left[0 + a^2 \frac{\pi}{2} \right] - \frac{1}{2} [0]$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{a^2 \pi}{2} \right)$$

$$= \frac{\pi a^2}{4}$$

Now,

Area of whole circle = 4 x Area of OABC

$$= 4 \times \frac{\pi a^2}{4}$$

$$= \pi a^2 \text{ sq. unit}$$

2

य. ... 2 के अंक =



Sol. 19

Total no. of tickets = 12

$$n(S) = 12$$

Let the event A getting the multiple of 2 then,

$$n(A) \quad A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$$

$$n(A) = 6$$

Probability of getting the multiple of 2

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

Let the event B getting the multiple of 3 - then,

$$B = \{3, 6, 9, 12\}$$

$$n(B) = 4$$

Probability of getting the multiple of 3 -

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

B
S
E
M
P

3



$$A \cap B = \{6, 12\}$$

$$n(A \cap B) = 2$$

Probability of getting the multiple of 2 and 3 -

$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

Now, Probability of getting the multiple of 2 or 3 -

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$$

$$= \frac{3 + 2 - 1}{6}$$

$$= \frac{5 - 1}{6}$$

$$P(A \cup B) = \frac{4}{6}$$

$$P(A \cup B) = \frac{2}{3}$$

Hence, the probability of getting the multiple of 2 or 3 = $\frac{2}{3}$

B
S
E
M
P



Q. ①

Ans. (a)

$$(i) \frac{1}{2(x+4)} - \frac{1}{2(x+6)}$$

Ans. (b)

$$(iv) (1+x^2)^{-1/2}$$

Ans. (c)

$$(ii) \sqrt{b^2+c^2}$$

S Ans. (d)

$$(ii) x + y + z = 1$$

E Ans. (e)

$$(iv) \sqrt{162}$$

M

P

Q. ②

T/F -

Ans. (a)

False

Ans. (b)

False

Ans (c) False

Ans (d)

True

Ans. (e)

False

माध्यमिक शिक्षा मण्डल, मध्यप्रदेश, भोपाल



परीक्षक के लिये
स्टीकर तौर के निशान से मिलाकर लगायें

1. केन्द्र की सील
2. पर्यवेक्षक के हस्ताक्षर व दिनांक *Sund*
3. फेन्द्राध्यक्ष के हस्ताक्षर की सील
4. केन्द्र क्रमांक **C. No. 148011**
6. परीक्षा का नाम _____
7. विषय _____ 8. माध्यम _____
8. दिनांक _____



पृष्ठ

Q. (3)

match -

Ans (a) $\int_0^{\pi/2} \sin x \, dx = (v) \int_0^{\pi/2} \cos x \, dx$

B
S
E
M
P

Ans (b) - $\int x e^x \, dx = (iii) \int e^x (x-1) \, dx$

Ans (c) - In Simpson's rule the curve $y=f(x)$ is (i) Parabolic

Ans (d) The angle b/w any two diagonals of cube is (ii) $\tan^{-1}(2\sqrt{2})$

Ans (e) If $y = \log(\sin e^x)$, then $\frac{dy}{dx} = (iv) e^x \cot e^x$

2

योग पूर्व पृष्ठ

पृष्ठ 2 के अंक

कुल अंक



48

Q. (4)

Ans. (a)

$$1.68$$

Ans. (b)

$$6.3987 \quad E04$$

Ans. (c)

$$\bar{M} \cdot \hat{n} = p$$

B
A

Ans. (d) decreasing

E
A

$$\text{Ans. (e)} \quad \frac{\sin^{-1} x}{2}$$

M

P
Q. (5)

Ans. (a)

$$x = 0$$

Ans. (b)

$$a^x \log a$$

7

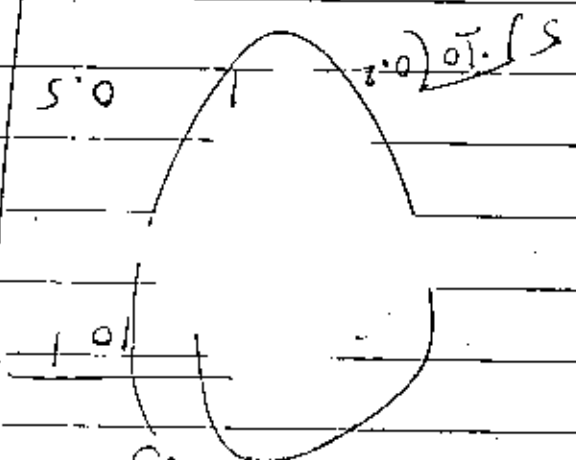
$$\text{Ans. (d)} \quad \int_a^b f(x) dx = \frac{h}{9} [y_0 + y_n + 2(y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1})]$$

पृष्ठ के अंक का योग

Ans. (c) $\log (\sec x + \tan x)$

Blank box for page number

P
M
E
S
B



$$\int \frac{dx}{\sqrt{2-x^2}}$$

$$= \int \frac{dx}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)^2}}$$

$$= \sin^{-1} \left(\frac{x}{\sqrt{2}} \right) + C$$

$$= \sin^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) + C$$

$$= \frac{\pi}{4} + C$$

$$\frac{1}{2} \left[1 + 0.2 + 2(0.5 + 0.33 + 0.15) \right]$$

$$= \frac{1}{2} [1.2 + 2.16]$$

$$= \frac{1}{2} [3.36]$$

$$= 1.68$$

0.5	0.33	0.25	0.2
$x = 1$	$x = 2/3$	$x = 1/2$	$x = 0$

$$\frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{2-x^2}} \right]_{0.5}^{1.0}$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{2-1}} - \frac{1}{\sqrt{2-0.25}} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{\sqrt{1.75}} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[1 - \frac{1}{1.32} \right]$$

$$= \frac{1}{2} [0.24]$$

$$= 0.12$$



Blank box for marks

Blank box for marks

+

3

योग

अंक

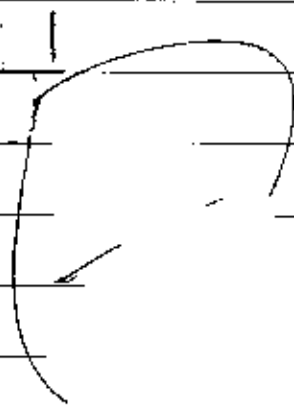
कुल अंक



Ans. (e) $\int_a^b f(x) dx = \frac{h}{3} [y_0 + y_n + 2(y_1 + y_3 + \dots) + 4(y_2 + y_4 + \dots)]$

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{h}{3} [y_0 + y_n + 2(y_1 + y_3 + \dots) + 4(y_2 + y_4 + \dots)]$$

0



योग

प्रश्न