O 2009

माध्यमिक शिक्षा मण्डल, मध्यप्रदेश, भोपाल

मु.उ.पु. 40 पृष्ठ

कार्यालयीन उपयोग के लिए

परीक्षा के नाम की सील: हायर सेकेण्ड्री परीक्षा

केन्द्र क्रमांक की सील: केन्द्र क्र. 621005

निम्न रिक्तियों की सही प्रविष्टि परीक्षार्थी द्वारा की जाए।

1. विषय कोड 150 परीक्षा का विषय गणित
2. परीक्षा का माध्यम हिन्दी परीक्षा की दिनांक 24/03/09
3. परीक्षार्थी प्रश्न पत्र का पूर्ण कोड नम्बर (सेट [redacted] अनिवार्यतः भरें — कोड U-2045, सेट D

[redacted]

उत्तर पुस्तिका का रल क्रमांक K 203970

परीक्षार्थी का अनुक्रमांक (अंग्रेजी अंकों में)

2	9	6	2	1	5	8	2	4

5. नीचे दिये प्रत्येक कालम में ऊपर दिये गये अनुक्रमांक के अंकों को उसी क्रम में शब्दों में लिखा जाए :-

दो	नौ	छः	दो	एक	पाँच	आठ	दो	चार

पर्यवेक्षक / केन्द्राध्यक्ष का प्रमाणीकरण

प्रमाणित किया जाता है कि परीक्षार्थी द्वारा निम्नानुसार पूरक उत्तरपुस्तिका ली गई है :-

क :- संख्या शब्दों में — अंकों में —

ख :- परीक्षार्थी की बैठक व्यवस्था कक्ष क्रमांक 20 में है।

ग :- उत्तर पुस्तिका पर प्रश्न-पत्र का कोड नम्बर एवं सेट सही लिखा है।

हस्ताक्षर (पर्यवेक्षक) ----------

नाम [illegible] पद [illegible]

पता / संस्था [illegible]

परीक्षार्थी द्वारा ली गई सभी पूरक उत्तर पुस्तिकायें, मुख्य उत्तर पुस्तिका के साथ संलग्न हैं।

हस्ताक्षर केन्द्राध्यक्ष

BSEMP

परीक्षार्थी, परीक्षक से अपेक्षा है कि वे पृष्ठ भाग पर दिये गये निर्देशों का यथेष्ट पालन सुनिश्चित करेंगे।

प्रमाणित किया जाता है कि उपरोक्तानुसार संलग्न पूरक उत्तर पुस्ति चस्पा स्थिति में यथावत् रखते हुए ही उत्तरपुस्तिका का मूल्यांकन किर पुस्तिका के अन्दर के अंक एवं कव्हर पृष्ठ पर दर्शाये अंक एक स

हस्ताक्षर (परीक्षक) — हस्ताक्षर (उपमुख्य [illegible]) — हस्ताक्षर (मुख्य परीक्षक)

परीक्षक क्रमांक [illegible] — दिनांक..... — दिनांक.....

परीक्षार्थी के लिए निर्देश

1. परीक्षार्थी को अपना अनुक्रमांक / विषय / माध्यम / दिनांक एवं प्रश्न–पत्र का कोड (समूह) मुख पृष्ठ पर अंकित करना अनिवार्य है। अन्यत्र कहीं भी नहीं लिखा जाएगा।
2. अनुक्रमांक नीचे दिये गए उदाहरण अनुसार लिखा जाए :–

1	8	2	4	3	9	5	6	8
एक	आठ	दो	चार	तीन	नौ	पाँच	छः	आठ

3. उत्तर पुस्तिका के दोनों ओर पृष्ठों में लिखें। बीच में रिक्त स्थान न छोडें। भूल से छूटा / रिक्त स्थान तथा शेष खाली पृष्ठों को क्रास' किया जाएं।
4. परीक्षार्थी प्रश्न पत्र हल करते समय ही, कव्हर पृष्ठ पर दी गई तालिका में प्रश्न क्रमांक के सम्मुख वाले कालम में उत्तरपुस्तिका का वह पृष्ठ क्रमांक अनिवार्य रूप से अंकित करें जिस पर प्रश्न का उत्तर लिखा गया है। यदि पूरक उत्तरपुस्तिका का उपयोग किया गया हो, तो उस पर 41 से प्रारंभ करते हुए पृष्ठ क्रमांक परीक्षार्थी द्वारा स्वयं डाले जाएँ।

परीक्षक के लिए निर्देश

1. केवल उन्हीं उत्तरपुस्तिकाओं का मूल्यांकन करें जिन पर होलो क्राफ्ट स्टीकर चस्पा है।
2. उत्तरपुस्तिका का मूल्यांकन होलो क्राफ्ट स्टीकर को चस्पा स्थिति में यथावत् रखते हुए ही किया जाये।
3. बिना होलो क्राफ्ट स्टीकर वाली तथा फटे हुए होलो क्राफ्ट स्टीकर वाली सभी उत्तरपुस्तिकाऐं मूल्यांकन हेतु परीक्षा नियंत्रक, माध्यमिक शिक्षा मण्डल, मध्यप्रदेश, भोपाल को व्यक्तिशः रूप से भेजी जाये।

मूल्यांकन केन्द्र के लिए निर्देश

1. **O.M.R. SHEET** पर प्राप्तांक की प्रविष्टि करने हेतु केवल वही उत्तरपुस्तिकाएँ प्राप्त करें, जिनका मूल्यांकन होलो क्राफ्ट स्टीकर को चस्पा स्थिति में यथावत् रखते हुए ही किया गया है। यदि होलो क्राफ्ट स्टीकर फटा हुआ पाया जाता है तो ऐसी उत्तरपुस्तिकाऐं मूल्यांकन केन्द्र अधिकारी को पृथक से सौपी जाएँ। ऐसे प्रकरणों के प्राप्तांकों की प्रविष्टि **O.M.R. SHEET** में नहीं की जाए। मूल्यांकन केन्द्र अधिकारी ऐसी उत्तरपुस्तिकाऐं पुनः मूल्यांकन के लिये परीक्षा नियंत्रक, माध्यमिक शिक्षा मण्डल, मध्यप्रदेश, भोपाल को व्यक्तिशः रूप से सौपेंगे।
2. उत्तरपुस्तिका के मुख्य पृष्ठ में अंकों एवं शब्दों में अंकित प्राप्तांकों को मिलान कर **O.M.R. SHEET** में अंकों की सटीक प्रविष्टि करें।
3. **O.M.R. SHEET** पर प्रमाणीकरण कर हस्ताक्षर करें।

प्रश्न के अंक | प्राप्त अंक | कुल अंक

खण्ड - अ

वस्तुनिष्ठ प्रश्न

हल प्र० - 1

(अ) (i) $A = 1/2$; $B = -1/2$

(ब) (ii) $\frac{\pi}{4}$

(स) (i) $-\frac{1}{g}$ cm/second^2

(द) (i) +1 व -1 के बीच

(इ) (i) +0.4

P.T.O.

BSEMP

पृष्ठ के अंकों का योग

हल क्र० - 2

(अ) (ii) $60°$

(ब) (ii) $\frac{\hat{i}}{\sqrt{2}} + \frac{\hat{j}}{\sqrt{2}}$

(ii) $\frac{1}{x \log x \log(\log x)}$

(द) (ii) $\frac{1}{\cos x}$

(ई) (i) .0033 E -12

SEMP

B S E M

हल क्र० - 3

सही जोड़ियाँ

(अ)	(ब)
(अ) मूलबिन्दु से समतल $3x - 2y + 6z = 17$ की दूरी होगी	(ii) $\frac{17}{7}$
(ब) यदि $\vec{a} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}$ तथा $\vec{b} = -2\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ है तो $\vec{a} \cdot \vec{b}$ का मान होगा	(iii) 0
$\frac{d}{dx} \tan x$	(i) $\sec^2 x$
$\int \frac{dx}{\tan x + \cot x}$	(v) $-\frac{\cos 2x}{4}$
.4596 E05 ÷ 3512 E-02 का मान होगा	(iv) .1251 E08

P.T.O.

हल क्र० - ,

सत्य / असत्य

(i) सत्य ✓

ii) असत्य ✓

ii) असत्य ✗

(iv) असत्य ✗

(v) सत्य ✓

हल क्र० - 5

रिक्त स्थान

) समतल का समीकरण $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ होता है।

) एक सदिश $\vec{r}$, x - अक्ष की दिशा में आपतित है इसकी दिक् कोज्याएँ 1, 0, 0 होती हैं।

(iii) $\int \sin(ax+b)\,dx$ का मान $\frac{1}{a}\tan(ax+b)$ होता है।

(iv) सिम्पसन के नियम से $\int_1^7 \frac{dx}{x}$ का मान 1.958 होता है।

(v) ट्रैपेजोइडल नियम

$$\int_a^b f(x)\,dx = \frac{h}{2}\left[y_0 + 2(y_1+y_2+y_3+\cdots+y_{n-1}) + y_n\right]$$

एवं (ब)

हल क्र० - 6

$$\frac{x^2+7x}{x^2+2x-8}$$

दी गई भिन्न में अंश व हर में चर x की घात समान (2) है अतः यह एक त्रेबम भिन्न है। इसके आंशिक भिन्न ज्ञात करने से पूर्व हम इसे भाग विधि द्वारा उचित भिन्न में बदलते हैं।

P.T.O.

BSEMP

$x^2 + 2x - 8 \;\big)\; x^2 + 7x \;\big(\; 1$

$x^2 + 2x - 8$

$- \quad - \quad +$

$5x + 8$

$\therefore \dfrac{x^2 + 7x}{x^2 + 2x - 8} = 1 + \dfrac{5x + 8}{x^2 + 2x - 8}$

$\dfrac{5x + 8}{x^2 + 2x - 8} = \dfrac{5x + 8}{(x+4)(x-2)}$

$\because x^2 + 2x - 8 = x^2 + 4x - 2x - 8$

$= x(x+4) - 2(x+4)$

$= (x+4)(x-2)$

$\dfrac{5x + 8}{x^2 + 2x - 8} = \dfrac{5x + 8}{(x+4)(x-2)} = \dfrac{A}{(x+4)} + \dfrac{B}{(x-2)}$

$\therefore 5x + 8 = A(x-2) + B(x+4) \quad \text{—} (1)$

$x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4$

(1) से $\therefore 5(-4) + 8 = A(-4-2) + B \times 0$

$-20 + 8 = -6A$

$-12 = -6A$

B
S
E

$\therefore A = 2$

Put $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

① से - $5 \times 2 + B = A \times 0 + B(2+4)$

$10 + B = 6B$

$18 = 6B$

$\therefore B = 3$

$$\therefore \frac{5x+B}{x^2+2x-8} = \frac{5x+B}{(x+4)(x-2)} = \frac{2}{(x+4)} + \frac{3}{(x-2)}$$

अतः अभीष्ट आंशिक भिन्न

$$\frac{x^2+7x}{x^2+2x-8} = 1 + \frac{2}{(x+4)} + \frac{3}{(x-2)}$$

Ans.

P.T.O.

BSEMP

BSEM

उदा. क्र० – 7

सिद्ध करना है –

$$\tan^{-1}\frac{1}{7} + \tan^{-1}\frac{1}{13} = \tan^{-1}\frac{2}{9}$$

L.H.S $\quad \tan^{-1}\frac{1}{7} + \tan^{-1}\frac{1}{13}$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{\frac{1}{7}+\frac{1}{13}}{1-\frac{1}{7}\times\frac{1}{13}}\right)$$

∵ हम जानते हैं $\tan^{-1}x + \tan^{-1}y = \tan^{-1}\frac{x+y}{1-xy}$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{\frac{13+7}{91}}{\frac{91-1}{91}}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{20}{90}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{2}{9}\right) \quad \text{RHS}$$

Hence Proved

हल क्र० - 8

अथवा

दिया है :- $y = \dfrac{1-\cos x}{1+\cos x}$

x के सापेक्ष अवकलन करने पर -

$$\frac{dy}{dx} = \frac{(1+\cos x)\frac{d}{dx}(1-\cos x) - (1-\cos x)\frac{d}{dx}(1+\cos x)}{(1+\cos x)^2}$$

$\left[\because \dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{\text{अंश}}{\text{हर}}\right) = \dfrac{\text{हर} \times \text{अंश का अवकलन} - \text{अंश} \times \text{हर का अवकलन}}{(\text{हर})^2}\right]$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \frac{(1+\cos x)[0-(-\sin x)] - (1-\cos x)[0+(-\sin x)]}{(1+\cos x)^2}$$

$\left[\because \dfrac{d}{dx}\cos x = -\sin x \text{ तथा } \dfrac{d}{dx}(\text{अचर}) = 0\right]$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sin x(1+\cos x) + \sin x(1-\cos x)}{(1+\cos x)^2}$$

P.T.O.

पृष्ठ के अंकों का योग

BSEMP

BSEMP

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\sin x + \sin x\cos x + \sin x - \sin x\cos x}{(1+\cos x)^2}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2\sin x}{(1+\cos x)^2}$$

या $$\frac{dy}{dx} = \frac{2 \cdot 2\sin x/2 \cos x/2}{(2\cos^2 x/2)^2}$$

$$= \frac{4 \sin x/2 \cos x/2}{4 \cos^4 x/2}$$

$$= \frac{\sin x/2}{\cos x/2} \times \frac{1}{\cos^2 x/2}$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \tan x/2 \cdot \sec^2 x/2$$

Ans

हल क्र० - 9

दिया है :-

$$y = \underset{I}{x^2} \underset{II}{\log x}$$

x के सापेक्ष अवकलन करने पर -

$$\frac{dy}{dx} = x^2 \frac{d}{dx} \log x + \log x \frac{d}{dx} x^2$$

$$\left[\because \frac{d}{dx}(u \cdot v) = u \frac{d}{dx}(v) + v \frac{d}{dx}(u) \right]$$

$$\frac{dy}{dx} = x^2 \times \frac{1}{x} + \log x \times 2x$$

$$\left[\because \frac{d}{dx} \log x = \frac{1}{x} \text{ तथा } \frac{d}{dx} x^n = n x^{n-1} \right]$$

$$\frac{dy}{dx} = x + 2x \log x$$

पुनः x के सापेक्ष अवकलन करने पर -

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 1 + 2 \left[x \frac{d}{dx} \log x + \log x \frac{d}{dx}(x) \right]$$

$$= 1 + 2 \left[x \times \frac{1}{x} + \log x \times 1 \right]$$

$$= 1 + 2 + 2 \log x$$

P.T.O.

BSEMP

पृष्ठ के अंकों का योग

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 3 + 2\log x$$

पुनः x के सापेक्ष अवकलन करने पर -

$$\frac{d^3y}{dx^3} = 0 + 2\frac{d}{dx}\log x$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = \frac{2}{x}$$

पुनः x के सापेक्ष अवकलन करने पर -

$$\frac{d^4y}{dx^4} = 2\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$= 2(-1)x^{-2}$$

$$= \frac{-2}{x^2}$$

$$\therefore \frac{d^4y}{dx^4} = -\frac{2}{x^2}$$

Hence Proved

BSEMP

(15)
(26)

BSEMP

हल प्र० - 10

अथवा

कण द्वारा तय की गई दूरी का समी०

$$s = ae^t + \frac{b}{e^t} \quad \text{—— (1)}$$

t के सापेक्ष अवकलन करने पर -

कण द्वारा प्राप्त वेग

$$\frac{ds}{dt} = a\frac{d}{dt}e^t + b\frac{d}{dt}e^{-t}$$

$$= ae^t + be^{-t}(-1) \quad \left[\because \frac{d}{dx}e^x = e^x\right]$$

$$\frac{ds}{dt} = ae^t - be^{-t}$$

अब t समय पर कण का त्वरण $= \frac{d^2s}{dt^2}$

$$\frac{d^2s}{dt^2} = a\frac{d}{dt}e^t - b\frac{d}{dt}e^{-t}$$

$$= ae^t - be^{-t}(-1)$$

$$\frac{d^2s}{dt^2} = ae^t + \frac{b}{e^t} \quad \text{—— (2)}$$

समी. (1) व (2) से स्पष्ट है कि t समय पर त्वरण का संख्यात्मक t सेकेण्ड में तय की गई दूरी के बराबर है।

Hence Proved

पृष्ठ के अंकों का योग

(16)
(25)

हल क्र० - 11

अथवा

x	y	$u(x-\bar{x})$	$v(y-\bar{y})$	uv	u^2	v^2
66	68	-2	-1	2	4	1
67	66	-1	-3	3	1	9
68	69	0	0	0	0	0
69	72	1	3	3	1	9
70	70	2	1	2	4	1
$\Sigma x =$	$\Sigma y =$	$\Sigma u =$	$\Sigma v =$	$\Sigma uv =$	$\Sigma u^2 =$	$\Sigma v^2 =$
340	345	0	0	10	10	20

$n = 5$

$\because \bar{x} = \frac{\Sigma x}{n} = \frac{340}{5} = 68$

तथा $\bar{y} = \frac{\Sigma y}{n} = \frac{345}{5} = 69$

∵ कार्लपियर्सन विधि से सहसंबंध गुणांक ज्ञात करने का सूत्र

$$r_{(x,y)} = r_{(u,v)} = \frac{n\Sigma uv - \Sigma u . \Sigma v}{\sqrt{[n\Sigma u^2 - (\Sigma u)^2][n\Sigma v^2 - (\Sigma v)^2]}}$$

BSEM P
अंकों का योग

भुल अर्क

$$\therefore \rho = \frac{5 \times 10 - 0 \times 0}{\sqrt{[5 \times 10 - 0][5 \times 20 - 0]}}$$

$$\rho = \frac{5 \times 10}{5\sqrt{10 \times 20}}$$

$$\rho = \frac{10}{10\sqrt{2}}$$

$$\rho = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\rho = \frac{1}{1.414}$$

$$\therefore \rho_{(x,y)} = 0.707$$

अतः अध्यापकों तथा विद्यार्थियों की संगत ऊँचाईयों के बीच कार्लपियर्सन का सहसंबंध गुणांक $= \frac{1}{\sqrt{2}}$ या 0.707

Ans.

P.T.O.

BSEMP

(18)

(28)

हल क्र० - 12

अथवा

दिया है :- समाश्रयण गुणांक $b_{yx} = 1.6$

— " — $b_{xy} = 0.4$

तथा दो समाश्रयण रेखाओं के बीच कोण θ है

तब $\tan\theta = ?$

∵ हम जानते हैं कि

$$\tan\theta = \frac{b_{yx} - \frac{1}{b_{xy}}}{1 + b_{yx} \times \frac{1}{b_{xy}}}$$

$$= \frac{1.6 - \frac{1}{0.4}}{1 + 1.6 \times \frac{1}{0.4}}$$

$$= \frac{1.6 \times 0.4 - 1}{0.4} \Big/ \frac{0.4 + 1.6}{0.4}$$

$$\tan\theta = \frac{0.64 - 1}{2.0}$$

$$= \frac{-0.36}{2}$$

$$= -0.18$$

$\therefore \tan\theta = 0.18$ Ans

हल क्र० - 13

∵ हम जानते हैं कि a, b c dr's वाले समतल का समी० जो बिन्दु (x_1, y_1, z_1) से होकर जाता है, निम्न है

$$a(x-x_1) + b(y-y_1) + c(z-z_1) = 0$$

∴ बिन्दु $(-1, 3, 2)$ से होकर जाने वाले समतल का समी०

$$a(x+1) + b(y-3) + c(z-2) = 0 \quad \text{—(1)}$$

BSEMP

पृष्ठ को अंक्षा कर यात्र

समतल ① के dr's = a, b, c

तथा दिए गए अन्य समतल

$x + 2y + 2z = 5$ — ②

तथा $3x + 3y + 2z = 8$ — ③

समतल ② के dr's = 1, 2, 2

समतल ③ के dr's = 3, 3, 2

प्रश्नानुसार, समतल ①, समतल ② तथा समतल ③ पर लम्ब है।

तब लंबवत की शर्तानुसार;

$a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2 = 0$

$\therefore \quad a + 2b + 2c = 0$

तथा $3a + 3b + 2c = 0$

वज्रगुणन विधि से हल करने पर -

$$\frac{a}{4-6} = \frac{b}{6-2} = \frac{c}{3-c}$$

$$\frac{a}{-2} = \frac{b}{4} = \frac{c}{-3}$$

या $\frac{a}{2} = \frac{b}{-4} = \frac{c}{3} = k$ (माना)

$\therefore a = 2k, \quad b = -4k, \quad c = 3k$

a, b, c के मान समी. (1) में रखने पर –

$2k(x+1) - 4k(y-3) + 3k(z-2) = 0$

$\Rightarrow 2x + 2 - 4y + 12 + 3z - 6 = 0$

$\Rightarrow 2x - 4y + 3z + 8 = 0$

अतः अभीष्ट समतल का समी०

$$2x - 4y + 3z + 8 = 0$$

Ans

P.T.O.

BSEMP

हल क्र० - 14

दिया है :- $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$

$\vec{b} = 3\hat{i} + \hat{j} - 5\hat{k}$

$\therefore \vec{a} - \vec{b} = (\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}) - (3\hat{i} + \hat{j} - 5\hat{k})$

$= -2\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$

अब $\vec{a} - \vec{b}$ की दिशा में एकांक सदिश

$= \dfrac{-2\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}}{\sqrt{(-2)^2 + (1)^2 + (4)^2}}$

$= \dfrac{-2\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}}{\sqrt{4 + 1 + 16}}$

$= \dfrac{-2\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}}{\sqrt{21}}$

अतः $\vec{a} - \vec{b}$ की दिशा में एकांक सदिश

$$= \frac{-2}{\sqrt{21}}\hat{i} + \frac{1}{\sqrt{21}}\hat{j} + \frac{4}{\sqrt{21}}\hat{k}$$

Ans

हल क्र० - 15

अथवा

$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{(x-1)(x^2+x+1)}{(x-1)(x+1)}$$

$$\left[\because a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2) \right.$$
$$\left. \text{तथा } a^2 - b^2 = (a+b)(a-b) \right]$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{x^2+x+1}{x+1}$$

$$= \frac{(1)^2+1+1}{1+1}$$

$$= \frac{3}{2}$$

$$\therefore \lim_{x \to 1} \frac{x^3-1}{x^2-1} = \frac{3}{2}$$ Ans

पृष्ठ के अंकों का योग

P.T.O.

(24)

हल क्र० - 16

अथवा

$$I = \int \frac{1+\tan x}{x+\log \sec x}\, dx$$

Put $x + \log \sec x = t$

$$\left[1 + \frac{1}{\sec x}(\sec x \tan x)\right] dx = dt$$

$$(1+\tan x)\, dx = dt$$

$$\therefore I = \int \frac{dt}{t}$$

$$= \log_e t$$

$$\left[\because \int \frac{dx}{x} = \log_e x\right]$$

$$\therefore I = \log_e (x + \log \sec x) + C$$

Ans

BSEMP

हल क्र० - 17

अथवा

$$I = \int \sin^4 x \cos^3 x \, dx$$

$$= \int \sin^4 x \cdot \cos^2 x \cdot \cos x \, dx$$

$$= \int \sin^4 x (1 - \sin^2 x) \cos x \, dx$$

$$\left[\because \sin^2 x + \cos^2 x = 1 \Rightarrow 1 - \sin^2 x = \cos^2 x \right]$$

Put $\sin x = t$

$\cos x \, dx = dt$

$$\therefore I = \int t^4 (1 - t^2) \, dt$$

$$= \int \left[t^4 - t^6 \right] dt$$

t के सापेक्ष समाकलन करने पर -

$$= \frac{t^5}{5} - \frac{t^7}{7} \quad \left[\because \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \right]$$

पृष्ठ के अंकों का दांग

$$\therefore I = \frac{1}{5} (\sin x)^5 - \frac{1}{7} (\sin x)^7 + C$$

Ans.

(26)
(15)

हल क्र० - 18

दिया है :- $y = 4 \sin 3x$ —— ①

x के सापेक्ष अवकलन करने पर -

$$\frac{dy}{dx} = 4 \frac{d}{dx} \sin 3x$$

$$= 4 (\cos 3x) . 3$$

$$\left[\because \frac{d}{dx} \sin x = \cos x \right]$$

$$\therefore \frac{dy}{dx} = 12 \cos 3x$$

पुनः x के सापेक्ष अवकलन करने पर -

$$\frac{d^2y}{dx^2} = 12 \frac{d}{dx} (\cos 3x)$$

$$= 12 (-\sin 3x) . 3$$

$$\left[\because \frac{d}{dx} \cos x = -\sin x \right]$$

BSEMP

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -36 \sin 3x$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -9(4\sin 3x)$$

$$\therefore \frac{d^2y}{dx^2} = -9y \quad [\text{समी. (1) से}]$$

$$\therefore \frac{d^2y}{dx^2} + 9y = 0$$

अतः सिद्ध होता है कि समीकरण

$\frac{d^2y}{dx^2} + 9y = 0$ का एक

हल $y = 4\sin 3x$ है।

Hence Proved

P.T.O.

हल क्र०- 19

52 पत्तों की ताश की गड्डी में से 2 पत्ते चुनने के तरीके

$$n(S) = {}^{52}C_2$$

$$= \frac{52 \times 51}{2 \times 1}$$

$$n(S) = 1326$$

माना कि A = पत्ते का लाल होना

B = पत्ते का इक्का होना

∴ ताश की गड्डी में कुल 26 पत्ते लाल होते हैं।

अतः 26 लाल पत्तों में से 2 पत्ते चुनने के तरीके $n(A) = {}^{26}C_2$

$$n(A) = \frac{26 \times 25}{2 \times 1}$$

$$n(A) = 325$$

BSEMP

BSEMP

घटना A की प्रायिकता $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$

$$P(A) = \frac{325}{1326}$$

∵ ताश की गड्डी में कुल 4 इक्के होते हैं

∴ 4 इक्कों में से 2 इक्के चुनने की अनुकूल स्थितियाँ $n(B) = {}^4C_2$

$$= \frac{4 \times 3}{2 \times 1}$$

$$n(B) = 6$$

∴ घटना B की प्रायिकता $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)}$

$$P(B) = \frac{6}{1326}$$

∵ दो इक्के, लाल होते हैं।

∴ $n(A \cap B) = {}^2C_2$

$$n(A \cap B) = 1$$

∴ $P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{1326}$$

पृष्ठ के अंत का योग

अत: निकाले गए पत्ते के लाल या इक्के होने की प्रायिकता

$$P(A \text{ या } B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{325}{1326} + \frac{6}{1326} - \frac{1}{1326}$$

$$= \frac{325 + 6 + 1}{1326}$$

$$P(A \text{ या } B) = \frac{330}{1326} = \frac{110}{442} = \frac{55}{221}$$

अत: अभीष्ट प्रायिकता = $\boxed{\frac{55}{221}}$

Ans.

BSEMP

BSEMP

हल प्र० - 20

अथवा

∵ हम जानते हैं कि a, b, c dr's वाले तथा बिन्दु (x_1, y_1, z_1) से होकर जाने वाले समतल का समी०

$$a(x-x_1) + b(y-y_1) + c(z-z_1) = 0$$

∴ बिन्दु (7, 1, 7) से होकर जाने वाले समतल का समी०

$$a(x-7) + b(y-1) + c(z-7) = 0 \quad \text{—} (1)$$

समतल (1) के dr's = a, b, c

प्रश्नानुसार ; समतल (1), बिन्दु (2, 8, 4) से भी होकर जाता है तब यह बिन्दु समतल (1) के समी० को संतुष्ट करेगा।

$$\therefore a(2-7) + b(8-1) + c(4-7) = 0$$

$$\therefore -5a + 7b - 3c = 0 \quad \text{—} (2)$$

पृष्ठ के अंकों का योग

दिया गया अन्य समतल

$$x + y + z = 1 \quad \text{—— (3)}$$

समतल (3) के dr's = 1, 1, 1

प्रश्नानुसार; समतल (1), समतल (3) पर लम्ब है।

तब लंबवत की शर्तानुसार;

$$a_1 a_2 + b_1 b_2 + c_1 c_2 = 0$$

$$\therefore a + b + c = 0 \quad \text{—— (4)}$$

समी. (2) एवं (4) को वज्रगुणन विधि से हल करने पर

$$-5a + 7b - 3c = 0$$
$$a + b + c = 0$$

$$\therefore \frac{a}{7+3} = \frac{b}{-3+5} = \frac{c}{-5-7}$$

$$\frac{a}{10} = \frac{b}{2} = \frac{c}{-12}$$

BSEMP

या $\frac{a}{5} = \frac{b}{1} = \frac{c}{-6} = K$ (माना)

$a = 5K, \quad b = K, \quad c = -6K$

a, b, c के मान समी. (1) में रखने पर -

$5K(x-7) + K(y-1) - 6K(z-7) = 0$

$\Rightarrow 5x - 35 + y - 1 - 6z + 42 = 0$

$\therefore 5x + y - 6z + 6 = 0$

अतः अभीष्ट समतल का समी० -

$$\boxed{5x + y - 6z + 6 = 0}$$

Ans

P.T.O.

BSEMP

हल क्र० - 21

अथवा

दी गई रेखाएँ

$$\frac{x+3}{-4} = \frac{y-6}{3} = \frac{z}{2} \quad - (1)$$

तथा $$\frac{x+2}{-4} = \frac{y}{1} = \frac{z-7}{1} \quad - (2)$$

∴ रेखा (1) बिन्दु $(-3, 6, 0)$ से होकर जाती है एवं रेखा (1) के dr's $-4, 3, 2$ हैं

$$\therefore \vec{a_1} = -3\hat{i} + 6\hat{j}$$

तथा $$\vec{b_1} = -4\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$$

इसी प्रकार, रेखा (2), बिन्दु $(-2, 0, 7)$ से होकर जाती है एवं रेखा (2) के dr's $-4, 1, 1$ हैं।

$$\therefore \vec{a_2} = -2\hat{i} + 7\hat{k}$$

BSEMP

तथा $\vec{b_2} = -4\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$

अब $\vec{a_2} - \vec{a_1} = (-2\hat{i} + 7\hat{k}) - (-3\hat{i} + 6\hat{j})$

$\vec{a_2} - \vec{a_1} = \hat{i} - 6\hat{j} + 7\hat{k}$

तथा $\vec{b_1} \times \vec{b_2} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -4 & 3 & 2 \\ -4 & 1 & 1 \end{vmatrix}$

$= \hat{i}(3-2) - \hat{j}(-4+8)$

$+ \hat{k}(-4+12)$

$\vec{b_1} \times \vec{b_2} = \hat{i} - 4\hat{j} + 8\hat{k}$

$|\vec{b_1} \times \vec{b_2}| = \sqrt{(1)^2 + (-4)^2 + (8)^2}$

$= \sqrt{1+16+64}$

$= \sqrt{81}$

$|\vec{b_1} \times \vec{b_2}| = 9$

BSEMP

पृष्ठ को अंदर का ओर

अब ∵ हम जानते हैं कि दो रेखाओं के बीच न्यूनतम दूरी

$$S.D. = \left| \frac{(\vec{b_1} \times \vec{b_2}) \cdot (\vec{a_2} - \vec{a_1})}{|\vec{b_1} \times \vec{b_2}|} \right|$$

यहाँ $(\vec{a_2} - \vec{a_1}) \cdot (\vec{b_1} \times \vec{b_2}) =$

$$(\hat{i} - 6\hat{j} + 7\hat{k}) \cdot (\hat{i} - 4\hat{j} + 8\hat{k})$$

$$= 1 + 24 + 56$$

$$[\because \hat{i}\hat{i} = \hat{j}\hat{j} = \hat{k}\hat{k} = 1 \text{ एवं } \hat{i}\hat{j} = \hat{j}\hat{k} = \hat{k}\hat{i} = 0]$$

$$\therefore (\vec{a_2} - \vec{a_1}) \cdot (\vec{b_1} \times \vec{b_2}) = 81$$

$$\therefore S.D. = \left| \frac{81}{9} \right|$$

अतः अभीष्ट न्यूनतम दूरी $= 9$

Ans

पृष्ठ के अंकों का योग

BSEMP

योग पूर्व पृष्ठ + पृष्ठ 37 के अंक = कुल अंक

BSEMP

पृष्ठ के अंकों का योग

(18) $\frac{y\,dy}{dx} = 2y - x$

$\frac{dy}{dx} = \frac{2y-x}{y}$

$v + \frac{x\,dv}{dx} = \frac{2vx - x}{vx}$

$\frac{x\,dv}{dx} = \frac{x(2v-1) - v}{vx}$

$\frac{x\,dv}{dx} = \frac{2v - 1 - v^2}{v}$

$\frac{x\,dv}{dx} = -\frac{(v-1)^2}{v}$

$\int \frac{v}{(v-1)^2}\,dv = -\int \frac{dx}{x} + c$

$y = 4\sin 3x$

$\frac{dy}{dx} = 4\cos 3x \cdot 3$

$\frac{d^2y}{dx^2} = 12(-\sin 3x) \cdot 3$

-36

-9

BSEMP

पृष्ठ के अंकों का योग

BSEMP

x	y	u	v	uv	u^2	v^2
35	32					
34	30					
40	31					
43	32					
56	53					
20	20					
38	30					
Σ = 266	228					

$\frac{266}{7} = 38$ $\quad \frac{228}{7} = 32.5$

		u	v	uv	u^2	v^2
		68	69			
61	68	−2	−1	2	4	1
67	66	−1	−3	3	1	9
68	69	0	0	0	0	0
69	72	1	3	3	1	9
70	70	2	1	2	4	1
Σ 340	345	0	0	10	10	20

$\frac{340}{5} = 68$ $\quad 69$

$$\tan\theta = \frac{1.6 - \frac{1}{0.4}}{1 + 1.6 \times \frac{1}{0.4}}$$

$$\frac{0.64 - 1}{0.4 + 1.6}$$

$$\frac{5 \times 10 - 0 \times 0}{\sqrt{[5 \times 10 - 0][5 \times 20 - 0]}}$$

$$\frac{6yx - \frac{1}{6xy}}{1 + 6yx \frac{1}{6xy}}$$

$$= \frac{1.6 - \frac{1}{0.4}}{1 + 1.6 \times \frac{1}{0.4}}$$

$$\frac{1}{-0.36} \quad 0.18$$

$$\frac{0.707 \times 1.414}{2828} \quad \frac{100}{64} \quad -36$$

$$\frac{707 \times}{2828 \times \times} \quad \frac{707 \times \times}{9969} \quad 64 -$$

$$\frac{1.6 - 1}{10 \quad 64} \quad 1 + 1.6 \times \frac{1}{64}$$

$$\frac{64 - 1}{0.4 + 1.6}$$

$$\frac{5 \times 10}{\sqrt{1 \times 10}} \quad \frac{0}{\sqrt{1 \times 20}}$$

$$\frac{0.707 \times 1.414}{\sqrt{10 \times 10}}$$

पृष्ठ के अंकों का योग

$\int \sqrt{1+\cos x}\, dx = \int \sqrt{2\cos^2 \quad} \int \sqrt{2}\sec x,$

$\frac{1}{(x+4)(x+6)} = \frac{A}{(x+4)} + \frac{B}{(x+6)}$

$1 = A(x+6) + B(x+4)$ -17

$\sqrt{9+4+36}$

$x=-4$ $1 = A(-4+6)$ -17

$A = \frac{1}{2}$

$-4-6 =$

$x=-6$ $1 = B(-6+4)$

$B = -\frac{1}{2}$ $\left[\log x\right]_1^7$

$\log 7 - \log 1$

$2+0 \quad 1$

$6 \quad 2$

$\cdot 4657 \quad E-12$

$\log|\log x| \quad \cdot 4624 \quad E-12$

$\cdot 0033 \quad E-12$

$\frac{26 \times 51}{96}$

130^{*}

$\cdot 2642 \quad \cdot 05$

$\cdot 6321 \quad = 6321 \; E08$

$\cdot 000536 \quad \cdot 5 \; E05$

6326736

पृष्ठ के अंकों का योग