माध्यमिक शिक्षा मण्डल, मध्यप्रदेश, भोपाल

मु.उ.पु. 40 पृष्ठ

कार्यालयीन उपयोग के लिए

निम्न रिक्तियों की सही प्रविष्टि परीक्षार्थी द्वारा की जाए।

परीक्षा के नाम की सील: H.S.S. Certificate exam.

1. विषय कोड 150 परीक्षा का विषय शिक्षित

2. परीक्षा का माध्यम हिन्दी परीक्षा की दिनांक 24-03-2009

केन्द्र क्रमांक की सील: के.क्र.-642028

3. परीक्षार्थी प्रश्न पत्र का पूर्ण कोड नम्बर (सेट A, B, C,या D) अनिवार्यतः भरें — कोड U-1045 सेट A

उत्तर पुस्तिका का सरल क्रमांक K 22555

4. परीक्षार्थी का अनुक्रमांक (अंग्रेजी अंकों में) 2 9 6 5 2 1 2 8 5

5. नीचे दिये प्रत्येक कालम में ऊपर दिये गये अनुक्रमांक के अंकों उसी क्रम में शब्दों में लिखा जाए :- दो जो छः चार दो एक दो

पर्यवेक्षक/केन्द्राध्यक्ष का प्रमाणीकरण

प्रमाणित किया जाता है कि परीक्षार्थी द्वारा निम्नानुसार पूरक उत्तरपुस्तिका ली गई है :-

क :- संख्या शब्दों में X अंकों में X

ख :- परीक्षार्थी की बैठक व्यवस्था कक्ष क्रमांक हॉल में है।

ग :- उत्तर पुस्तिका पर प्रश्न-पत्र का कोड नम्बर एवं सेट सही लिखा है।

B S E M P

हस्ताक्षर (पर्यवेक्षक)

नाम Vijayata Thakur पद Govt

पता/संस्था Gopeso Mahavya

परीक्षार्थी द्वारा ली गई सभी पूरक उत्तर पुस्तिकायें, मुख्य उत्तर पुस्तिका के साथ संलग्न हैं।

हस्ताक्षर केन्द्राध्यक्ष (V.K. RAJORIYA)

परीक्षार्थी, परीक्षक से अपेक्षा है कि वे पृष्ठ भाग पर दिये गये निर्देशों का यथेष्ट पालन सुनिश्चित करेंगे।

प्रमाणित किया जाता है कि उपरोक्तानुसार संलग्न पूरक उत्तर चस्पा स्थिति में यथावत् रखते हुए ही उत्तरपुस्तिका का मूल्यांक पुस्तिका के अन्दर के अंक एवं कव्हर पृष्ठ पर दर्शाये अंक ए

हस्ताक्षर (परीक्षक)

परीक्षक क्रमांक 9540496

हस्ताक्षर (उपमुख्य परीक्षक)

दिनांक.....

दिनांक.....

परीक्षार्थी के लिए निर्देश

1. परीक्षार्थी को अपना अनुक्रमांक/विषय/माध्यम/दिनांक एवं प्रश्न–पत्र का कोड (समूह) मुख पृष्ठ पर अंकित करना अनिवार्य है। अन्यत्र कहीं भी नहीं लिखा जाएगा।
2. अनुक्रमांक नीचे दिये गए उदाहरण अनुसार लिखा जाए :–

1	8	2	4	3	9	5	6	8
एक	आठ	दो	चार	तीन	नौ	पाँच	छः	आठ

3. उत्तर पुस्तिका के दोनों ओर पृष्ठों में लिखें। बीच में रिक्त स्थान न छोड़ें। भूल से छूटा/रिक्त स्थान तथा शेष खाली पृष्ठों को क्रास किया जाए।
4. परीक्षार्थी प्रश्न पत्र हल करते समय ही, कव्हर पृष्ठ पर दी गई तालिका में प्रश्न क्रमांक के सम्मुख वाले कालम में उत्तरपुस्तिका का वह पृष्ठ क्रमांक अनिवार्य रूप से अंकित करें जिस पर प्रश्न का उत्तर लिखा गया है। यदि पूरक उत्तरपुस्तिका का उपयोग किया गया हो, तो उस पर 41 से प्रारंभ करते हुए पृष्ठ क्रमांक परीक्षार्थी द्वारा स्वयं डाले जाएँ।

परीक्षक के लिए निर्देश

1. केवल उन्हीं उत्तरपुस्तिकाओं का मूल्यांकन करें जिन पर होलो क्राफ्ट स्टीकर चस्पा है।
2. उत्तरपुस्तिका का मूल्यांकन होलो क्राफ्ट स्टीकर को चस्पा स्थिति में यथावत् रखते हुए ही किया जाये।
3. बिना होलो क्राफ्ट स्टीकर वाली तथा फटे हुए होलो क्राफ्ट स्टीकर वाली सभी उत्तरपुस्तिकाऐं मूल्यांकन हेतु परीक्षा नियंत्रक, माध्यमिक शिक्षा मण्डल, मध्यप्रदेश, भोपाल को व्यक्तिशः रूप से भेजी जाये।

मूल्यांकन केन्द्र के लिए निर्देश

1. **O.M.R. SHEET** पर प्राप्तांक की प्रविष्टि करने हेतु केवल वही उत्तरपुस्तिकाएँ प्राप्त करें, जिनका मूल्यांकन होलो क्राफ्ट स्टीकर को चस्पा स्थिति में यथावत् रखते हुए ही किया गया है। यदि होलो क्राफ्ट स्टीकर फटा हुआ पाया जाता है तो ऐसी उत्तरपुस्तिकाऐं मूल्यांकन केन्द्र अधिकारी को पृथक से सौपी जाएँ। ऐसे प्रकरणों के प्राप्तांकों की प्रविष्टि **O.M.R. SHEET** में नहीं की जाए। मूल्यांकन केन्द्र अधिकारी ऐसी उत्तरपुस्तिकाऐं पुनः मूल्यांकन के लिये परीक्षा नियंत्रक, माध्यमिक शिक्षा मण्डल, मध्यप्रदेश, भोपाल को व्यक्तिशः रूप से सौपेंगे।
2. उत्तरपुस्तिका के मुख्य पृष्ठ में अंकों एवं शब्दों में अंकित प्राप्तांकों को मिलान कर **O.M.R. SHEET** में अंकों की सटीक प्रविष्टि करें।
3. **O.M.R. SHEET** पर प्रमाणीकरण कर हस्ताक्षर करें।

उत्तर – 1

(अ) (iii) $\frac{1}{2}\left[\frac{1}{x}-\frac{1}{x+2}\right]$

(ब) (ii) $\frac{2x}{1-x^2}$

(स) (i) $\sqrt{20}$

(द) (iii) $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}-\frac{z}{4}=1$

(इ) (iv) 14

उत्तर – 2

(अ) सत्य

(ब) असत्य

(स) सत्य

(द) सत्य

(इ) असत्य

कुल अंक

उत्तर -3

	(अ)	(ब)
(अ)	$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} f(x)dx = 2\int_{0}^{\pi/2} f(x)dx$ यदि	$f(x)$ समफलन है।
	$\int e^{\sqrt{x}}\,dx$	$2e^{\sqrt{x}}(\sqrt{x}-1)$
(ब)	यदि x_n किसी समीकरण $f(x)=0$ का सन्निकट मूल हो तो न्यूटन रैफ्सन विधि से $x_{n+1}=$	$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$
(स)	बिन्दु (2,3,4) की yz समतल से दूरी	2
(द)	यदि $y = 5\sin^3 x$ हो तो $\frac{dy}{dx}$	$15\sin^2 x \cdot \cos x$

उत्तर-4

(i) ✓ 0.3725

(ii) ✓ 2.16

(iii) ✓ $\vec{a}\cdot\vec{n}=0$

(iv) ✓ $f''(x_1)<0$

(v) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}} = \log\left|x+\sqrt{x^2-a^2}\right|$

BSEMP

BSEMP

उत्तर-5

(अ) $ax + by + d = 0$

(ब) $\frac{d}{dx} 10^x = 10^x \log_e 10$

(स) $\int \tan x \, dx = \log(\sec x)$ या $-\log(\cos x)$

(द) $\frac{h}{3}[y_0 + 4(y_1 + y_3 + y_5 + \ldots + y_{(n-1)}) + 2(y_2 + y_4 + \ldots + y_{(n-2)}) + y_n]$

(य) $0.1254649 E06$

उत्तर-6

हल- माना

$$\frac{1}{(x-2)(x+1)(x+3)} = \frac{A}{(x-2)} + \frac{B}{(x+1)} + \frac{C}{(x+3)} \quad -(i)$$

$$\frac{1}{(x-2)(x+1)(x+3)} = \frac{A(x+1)(x+3) + B(x-2)(x+3) + C(x-2)(x+1)}{(x-2)(x+1)(x+3)}$$

$$1 = A(x^2+3x+x+3) + B(x^2+3x-2x-6) + C(x^2+x-2x-2)$$

$$1 = Ax^2 + 4Ax + 3A + Bx^2 + Bx - 6B + Cx^2 - Cx - 2C$$

समातीय पदो की तुलना करने पर

$$A + B + C = 0 \quad -(ii)$$

$$4A + B - C = 0 \quad -(iii)$$

$$3A - 6B - 2C = 1 \quad -(iv)$$

पृष्ठ के अंकों का योग

योग पूर्व ३~

(iii) से (ii) से

$$A + B + C = 0$$
$$+ \quad 4A + B - C = 0$$
$$5A + 2B = 0 \quad -(v)$$

(iii) व (iv) से

$$4A + B - C = 0 \quad -(iii)$$
$$3A - 6B - 2C = 0 \quad -(iv)$$

स्मरणी. (3) में 2 का गुणा करके (iii) व (iv) को घटाने पर

$$8A + 2B - 2C = 0$$
$$- \quad 3A - 6B - 2C = 0$$
$$- \quad + \quad + \quad -$$
$$5A + 8B = 0 - 1 \quad -(vi)$$

स्मरणी. (v) व (vi) से

$$5A + 2B = 0$$
$$- \quad 5A + 8B = 0 - 1$$
$$- \quad - \quad + \quad +$$
$$-6B = 0 1$$
$$B = 0 \qquad B = -\frac{1}{6}$$

स्मरणी. (v) से

$$5A + 2(0) = 0$$
$$5A = 0$$

BSEMP

पृष्ठ के अंकों का योग

BSEMP

समी. (ii) से

$$5(A) + 2\left(-\frac{1}{6}\right) = 0$$

$$5A - \frac{1}{3} = 0$$

$$5A = \frac{1}{3}$$

$$\boxed{A = \frac{1}{15}}$$

समी. (iii) से

$$A + B + C = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{15} - \frac{1}{6} + C = 0$$

$$= \frac{2 - 5 + 30C}{30} = 0$$

$$= -3 + 30C = 0$$

$$= 30C = 3$$

$$= C = \frac{3}{30}$$

$$= \boxed{C = \frac{1}{10}}$$

समी. (i) में A, B व C के मान रखने पर

$$\frac{1}{(x-2)(x+1)(x+3)} = \frac{1}{15(x-2)} + \frac{1}{6(x+1)} + \frac{1}{10(x+3)}$$

पृष्ठ के अंकों का योग

BSEMP

प्रश्न-7

हल- $\sin^{-1}\sqrt{x} + \sin^{-1}\sqrt{1-x} = \frac{\pi}{2}$

L.H.S. $= \sin^{-1}\sqrt{x} + \sin^{-1}\sqrt{1-x}$

$= \sin^{-1}\left[\sqrt{x}\sqrt{1-(1-x)} + \sqrt{1-x}\sqrt{1-x}\right]$

$= \sin^{-1}\left[\sqrt{x}\sqrt{1-1+x} + \sqrt{1-x}\sqrt{1-x}\right]$

$= \sin^{-1}\left[\sqrt{x}\cdot\sqrt{x} + \sqrt{1-x}\cdot\sqrt{1-x}\right]$

$= \sin^{-1}\left[x + 1 - x\right]$

$= \sin^{-1}(1)$

$= \sin^{-1}\sin\frac{\pi}{2}$ $\because \sin\frac{\pi}{2} = 1$

$= \frac{\pi}{2}$ R.H.S.

अतः सिद्ध होता है कि

$\sin^{-1}\sqrt{x} + \sin^{-1}\sqrt{1-x} = \frac{\pi}{2}$

प्रश्न- 8(i)

$\frac{d}{dx}\sqrt{\sin x} = ?$

दिया है- $f(x) = \sqrt{\sin x}$

$f(x+h) = \sqrt{\sin(x+h)}$

BSEMP

सूत्र:- $\frac{d}{dx} f(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

$\frac{d}{dx} \sqrt{\sin x} = \lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{\sin(x+h)} - \sqrt{\sin x}}{h}$

$\Rightarrow \lim_{h \to 0} \frac{\sqrt{\sin(x+h)} - \sqrt{\sin x}}{h} \times \frac{\sqrt{\sin(x+h)} + \sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin(x+h)} + \sqrt{\sin x}}$

$\Rightarrow \lim_{h \to 0} \frac{\sin(x+h) - \sin(x)}{h(\sqrt{\sin(x+h)} + \sqrt{\sin x})}$

सूत्र $\sin a - \sin b = 2\cos\left(\frac{a+b}{2}\right)\sin\left(\frac{a-b}{2}\right)$

अत:

$\lim_{h \to 0} \frac{2\cos\left(\frac{x+h+x}{2}\right)\sin\left(\frac{x+h-x}{2}\right)}{h\left(\sqrt{\sin(x+h)} + \sqrt{\sin x}\right)}$

$= \lim_{h \to 0} \frac{2\cos\left(\frac{2x+h}{2}\right)\sin\left(\frac{h}{2}\right)}{h\left(\sqrt{\sin(x+h)} + \sqrt{\sin x}\right)}$

$= \lim_{\frac{h}{2} \to 0} \frac{\sin h/2}{h/2} \times \lim_{h \to 0} \frac{\cos\left(x + \frac{h}{2}\right)}{\sqrt{\sin(x+h)} + \sqrt{\sin x}}$

$\because \lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

$= 1 \times \lim_{h \to 0} \frac{\cos\left(x + \frac{h}{2}\right)}{\sqrt{\sin(x+h)} + \sqrt{\sin x}}$

$$\lim_{h\to 0} \cos\left(x+\frac{h}{2}\right)$$

$$= \frac{\sqrt{\sin(x+h)}+\sqrt{\sin x}}{\cos(x+0)}$$

$$= \frac{\sqrt{\sin(x+0)}+\sqrt{\sin x}}{\cos x}$$

$$= \frac{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\sin x}}{\cos x}$$

$$= \frac{\cos x}{2\sqrt{\sin x}}$$

अतः

$$\frac{d}{dx}\sqrt{\sin x} = \frac{1}{2}\frac{\cos x}{\sqrt{\sin x}}$$

प्रश्न-9

हल-

दिया है:- $y = \sqrt{\sin x+\sqrt{\sin x+\sqrt{\sin x+\ldots\infty}}}$

तब सिद्ध करना है:- $(2y-1)\frac{dy}{dx} = \cos x$

$y = \sqrt{\sin x+\sqrt{\sin x+\sqrt{\sin x}\ldots\infty}}$

$y = \sqrt{\sin x+y}$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

BSEMP

पृष्ठ के अंकों का योग

$y^2 = \sin x + y$

x के सापेक्ष अवकलन करने पर

$\frac{d}{dx}(y^2) = \frac{d}{dx}(\sin x + y)$

$2y\frac{dy}{dx} = \cos x + \frac{dy}{dx}$

पक्षांतर करने पर

$2y\frac{dy}{dx} - \frac{dy}{dx} = \cos x$

$\frac{dy}{dx}(2y-1) = \cos x$

$(2y-1)\frac{dy}{dx} = \cos x$

यही सिद्ध करना था।

प्रश्न - 10

हल - दिया है :-

गतिमान कण का समीकरण

$S = 5e^{-t}\cos t$

तब $t = \frac{\pi}{2}$ पर कण का वेग व त्वरण = ?

$\frac{dS}{dt} = -5e^{-t}$

BSEMP

पृष्ठ के अंकों का योग

BSEMP

$S = 5e^{-t}\cos t$

t के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$\frac{ds}{dt} = \frac{d}{dt}(5e^{-t}\cos t)$$

$$\frac{ds}{dt} = 5[e^{-t}(-\sin t) + \cos t(-e^{-t})]$$

$$\frac{ds}{dt} = 5[-e^{-t}\sin t - e^{-t}\cos t]$$

$$\frac{ds}{dt} = -5e^{-t}[\sin t + \cos t]$$

$t = \frac{\pi}{2}$ पर वेग का वेग

$\therefore \frac{ds}{dt} = v$

$$v = -5e^{-\pi/2}\left[\sin\frac{\pi}{2} + \cos\frac{\pi}{2}\right]$$

$\because \sin\frac{\pi}{2} = 1$

$\cos\frac{\pi}{2} = 0$

$v = -5e^{-\pi/2}[1+0]$

$v = -5e^{-\pi/2}$ मीटर/सेकण्ड

BSEMP

पुनः अवकलन करने पर

$$\frac{d^2s}{dt^2} = -5\left[e^{-t}\sin t + e^{-t}\cos t\right]$$

$$\frac{d^2s}{dt^2} = -5\left[\left[e^{-t}\cos t + \sin t(-e^{-t})\right] + \left[e^{-t}(-\sin t) + \cos t(-e^{-t})\right]\right]$$

$$\frac{d^2s}{dt^2} = -5\left[\left[e^{-t}\cos t - \sin t e^{-t} + (-\sin t)e^{-t}\right) - e^{-t}\cos t\right]$$

$$\frac{d^2s}{dt^2} = -5\left[e^{-t}\cos t - \sin t e^{-t} - \sin t e^{-t} - e^{-t}\cos t\right]$$

$$\frac{d^2s}{dt^2} = -5\left[-2\sin t e^{-t}\right]$$

$t = \frac{\pi}{2}$ रखने पर त्वरण का मान

$\therefore \frac{d^2s}{dt^2} = a$

$a = 5 \times 2 \sin\frac{\pi}{2} \times e^{-\pi/2}$ $\quad \therefore \sin\frac{\pi}{2} = 1$

$a = 10 \times 1 \times e^{-\pi/2}$

$a = 10e^{-\pi/2}$ मीटर/सेकण्ड^2

उत्तर - वेग का मान $-5e^{-\pi/2}$ मीटर/सेकण्ड तथा त्वरण $10e^{-\pi/2}$ मीटर/सेकण्ड^2 है।

पृष्ठ को अंकों -

प्रश्न -11

हल ⇒

सिद्ध करना है:- सहसम्बन्ध गुणांक का मान -1 से +1 के बीच में होता है।

अर्थात $-1 \leq r \leq +1$

हम जानते हैं कि

$$r = \frac{\sum (x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sqrt{\sum (x-\bar{x})^2 \sum (y-\bar{y})^2}}$$

माना $x-\bar{x} = X$

तथा $y-\bar{y} = Y$

$$r = \frac{\sum XY}{\sqrt{\sum X^2 \sum Y^2}} \quad \text{---(i)}$$

श्वार्ज असमिका से

$$(\sum XY)^2 \leq \sum X^2 \sum Y^2$$

$$\frac{(\sum XY)^2}{\sum X^2 \sum Y^2} \leq 1 \quad \text{---(ii)}$$

समी. (i) का वर्ग करनेपर

BSEMP

$$r^2 = \frac{(\Sigma xy)^2}{\Sigma x^2 \Sigma y^2}$$

$$\therefore \frac{(\Sigma xy)^2}{\Sigma x^2 \Sigma y^2} \leq 1$$

$$\therefore r^2 \leq 1$$

$$r \leq \pm 1$$

$$-1 \leq r \leq +1$$

अतः सिद्ध होता है कि सहसम्बंध गुणांक r का मान −1 व +1 के बीच में होता है।

प्रश्न – 12

सिद्ध कीजिए:- समाश्रयण रेखाओं के बीच कोण θ है।

माना समाश्रयण रेखाओं के समीकरण इस प्रकार हैं।

y की x पर समाश्रयण रेखा

$$y = m_1 x + c \quad -(i)$$

तथा x की y पर समाश्रयण रेखा

$$x = m_2 y + c \quad -(ii)$$

y का x पर समाश्रयण गुणांक

$$b_{yx} = m_1$$

BSEMP

पृष्ठ .. अंकों का योग

BSEMP

X का Y पर समाश्रयण गुणांक

समी. (ii) से

$-m_2 y = -x + c$

$y = -$

प्रश्न - 12 X

दिखाईं:

समाश्रयण रेखाओं के बीच कोण

X θ है।

माना X की Y पर समाश्रयण रेखा

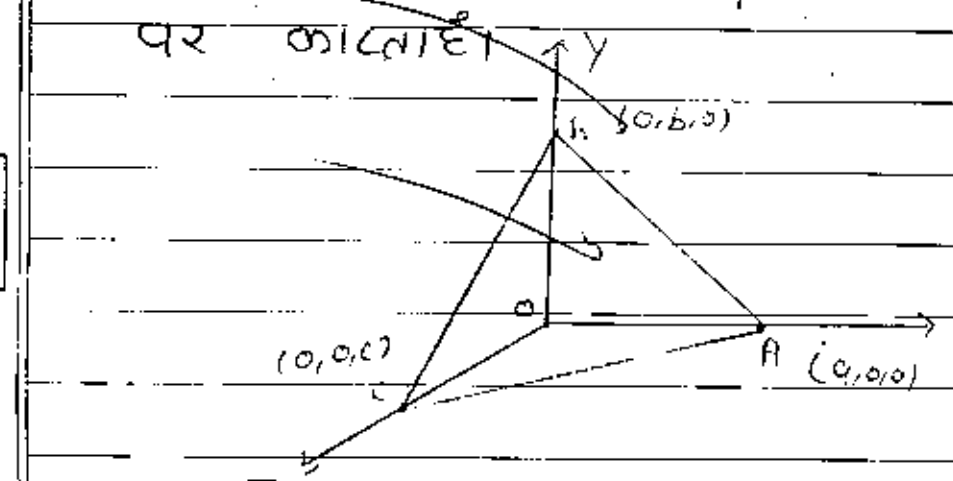
$X = m_1 Y + c$

प्रश्न - 13

हल ⇒

दिखाईं: समतल मूल बिन्दु से P दूरी पर स्थित है।

तथा अक्षों को A, (a,0,0), B(0,b,0), C(0,0,c) पर काटता है।



पृष्ठ में अंकों का योग

BSEMP

अतः अन्तः खण्ड रूप में समतल का समीकरण

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$$

समतल मूल बिन्दु से P दूरी पर रहता है।
अतः

$$P = \left| \frac{-1}{\sqrt{\left(\frac{1}{a^2}\right) + \left(\frac{1}{b^2}\right) + \frac{1}{c^2}}} \right|$$

धनात्मक पर

$$\Rightarrow \frac{1}{P} = \sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर

$$\Rightarrow \frac{1}{P^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \quad \text{— (i)}$$

हम जानते हैं कि चतुष्फलक का केन्द्रक यदि $G(x, y, z)$ हो तो

$$x = \frac{a+0+0+0}{4}, \quad y = \frac{0+b+0+0}{4}, \quad z = \frac{0+0+c+0}{4}$$

$$4x = a, \quad 4y = b, \quad 4z = c$$

a, b तथा c के मान समी० (i) में रखने पर

$$\Rightarrow \frac{1}{\rho^2} = \frac{1}{16x^2} + \frac{1}{16y^2} + \frac{1}{16z^2}$$

$$\Rightarrow \frac{16}{\rho^2} = \frac{16}{16x^2} + \frac{16}{16y^2} + \frac{16}{16z^2}$$

$$\Rightarrow \frac{16}{\rho^2} = \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}$$

$$\Rightarrow 16\rho^{-2} = x^{-2} + y^{-2} + z^{-2}$$

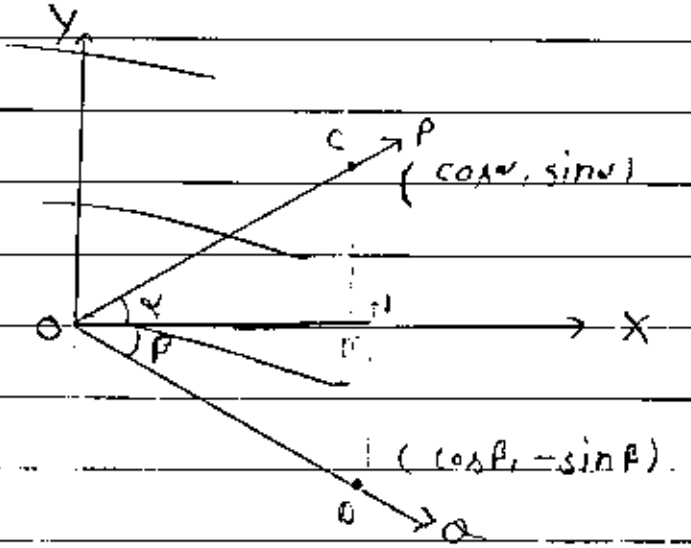
यही सिद्ध करना था।

प्रश्न -14

हल =)

सिद्ध करना है :-

$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$



BSEMP

BSEMP

माना x व y अक्षों के अनुदिश एकांक सदिश $\hat{i}$ व $\hat{j}$ हैं। तथा OP व OQ, x अक्ष से क्रमशः α व $-\beta$ कोण बनाते हैं।

अर्थात् $\angle XOP = \alpha$ तथा $\angle XOQ = -\beta$

$\angle POQ = \alpha + \beta$

माना $\overrightarrow{OP}$ व $\overrightarrow{OQ}$ के अनुदिश एकांक सदिश $\overrightarrow{OC}$ व $\overrightarrow{OD}$ हैं।

अर्थात् $|\overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{OD}| = 1$

$\overrightarrow{OD} \cdot \overrightarrow{OC} = |\overrightarrow{OD}||\overrightarrow{OC}| \cos(\alpha+\beta)$

$\because |\overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{OD}| = 1$

$\overrightarrow{OD} \cdot \overrightarrow{OC} = \cos(\alpha+\beta)$ ---(i)

$C = (\cos\alpha, \sin\alpha)$, $D = (\cos\beta, -\sin\beta)$

अतः $\overrightarrow{OC} = \cos\alpha\hat{i} + \sin\alpha\hat{j}$ तथा $\overrightarrow{OD} = \cos\beta\hat{i} - \sin\beta\hat{j}$

$\overrightarrow{OD} \cdot \overrightarrow{OC} = (\cos\beta\hat{i} - \sin\beta\hat{j}) \cdot (\cos\alpha\hat{i} + \sin\alpha\hat{j})$

$\overrightarrow{OD} \cdot \overrightarrow{OC} = \cos\beta\cos\alpha - \sin\beta\sin\alpha$

$\because \hat{i} \cdot \hat{i} = 1$, $\hat{j} \cdot \hat{j} = 1$

$\hat{i} \cdot \hat{j} = 0$, $\hat{j} \cdot \hat{i} = 0$

$\overrightarrow{OD} \cdot \overrightarrow{OC} = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$ ---(ii)

पृष्ठ के अंकों का योग

BSEMP

समी (i) व (ii) से

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$

यही सिद्ध करना था।

प्रश्न – 15

हल –

$$\lim_{x\to 0} \frac{6^x - 1}{\sqrt{3-x} - \sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 0} \frac{6^x - 1}{\sqrt{3-x} - \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3-x} + \sqrt{3}}{\sqrt{3-x} + \sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 0} \frac{6^x - 1}{3-x-3} \times \sqrt{3-x} + \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to 0} \frac{6^x - 1}{x} \times \sqrt{3-x} + \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow -\lim_{x\to 0} \frac{6^x - 1}{x} \times \lim_{x\to 0} \sqrt{3-x} + \sqrt{3}$$

$$\therefore \lim_{x\to 0} \frac{a^x - 1}{x} = \log_e a$$

$$\Rightarrow -\log_e 6 \times \sqrt{3-0} + \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow -\log_e 6 \times \sqrt{3} + \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow -2\sqrt{3}\log_e(1)$$

$$\Rightarrow 0$$

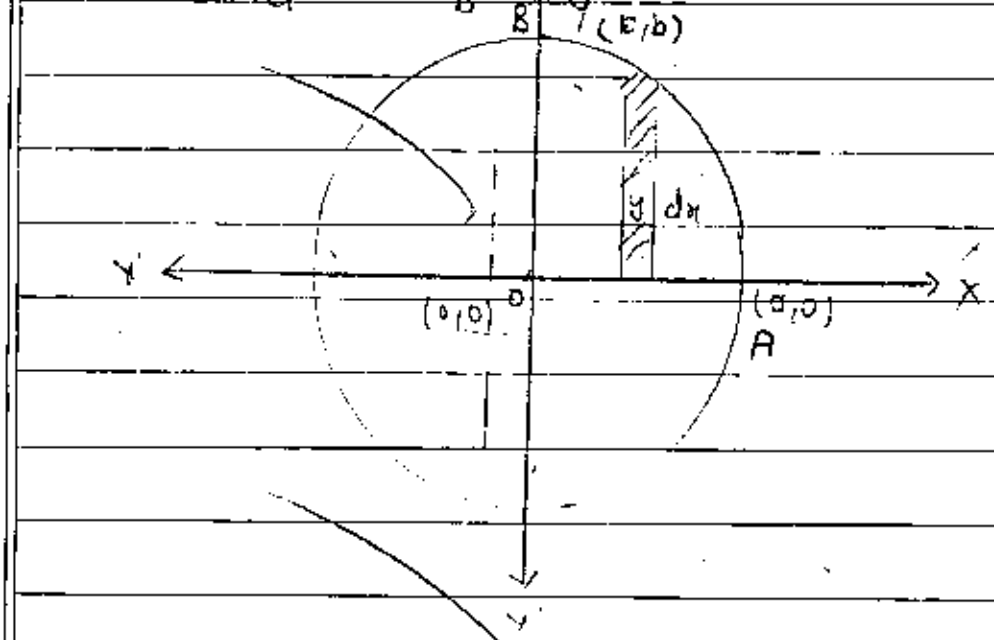
पृष्ठ को अंकों का योग

BSEMP

प्रश्न -16

वक्र $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ से घिरा क्षेत्रफल = ?

चूँकि $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ एक दीर्घवृत्त समीकरण है।



दीर्घवृत्त से घिरा क्षेत्रफल = 4 × प्रथम OAB का क्षेत्रफल

OAB का क्षेत्रफल = $\int_0^a y\,dx$

दीर्घवृत्त समी. से

$$\frac{y^2}{b^2} = \frac{1 - x^2}{a^2}$$

$$\frac{y^2}{b^2} = \frac{a^2 - x^2}{a^2}$$

$$y^2 = \frac{b^2}{a^2}(a^2 - x^2)$$

$$y = \frac{b}{a}\sqrt{a^2 - x^2}$$

पृष्ठ के अंकों का योग

आकृति OAB का क्षे. = $\int_0^a \frac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}\,dx$

$= \frac{b}{a}\int_0^a \sqrt{a^2-x^2}\,dx$

$= \frac{b}{a}\left[\frac{1}{2}\left[x\sqrt{a^2-x^2}+a^2\sin^{-1}\frac{x}{a}\right]\right]_0^a$

$= \frac{b}{a}\left[\frac{1}{2}\left[a\sqrt{0}+a^2\sin^{-1}1-0+0\right]\right]$

$= \frac{b}{a}\left[\frac{1}{2}\left[a^2\frac{\pi}{2}\right]\right]$

$= \frac{b}{a}\frac{a^2\pi}{4}$

$= \frac{\pi ab}{4}$

दीर्घवृत्त का क्षेत्रफल = 4 × आकृति OAB का क्षे.

$= 4 \times \frac{\pi ab}{4}$

$= \pi ab$

अतः वक्र $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ से घिरा क्षेत्रफल

$= \pi ab$ वर्ग इकाई

BSEMP

पृष्ठ के अंकों का योग

BSEMP

प्रश्न-17

हल:- $\int \frac{dx}{5+4\sin x}$

~~$\sin x$ के मान~~ $\therefore \sin x = \frac{2\tan\frac{x}{2}}{1+\tan^2\frac{x}{2}}$

$$\int \frac{dx}{5+4\left(\frac{2\tan\frac{x}{2}}{1+\tan^2\frac{x}{2}}\right)}$$

$$\int \frac{\sec^2\frac{x}{2}\,dx}{5+5\tan^2\frac{x}{2}+8\tan\frac{x}{2}}$$

माना $\tan\frac{x}{2} = t$

$$\frac{1}{2}\sec^2\frac{x}{2} = \frac{dt}{dx}$$

$$\sec^2\frac{x}{2}\,dx = 2\,dt$$

$$\Rightarrow \int \frac{2\,dt}{5+5t^2+8t}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5}\int \frac{dt}{t^2+\frac{8}{5}t+1}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5}\int \frac{dt}{t^2+\frac{8}{5}t+\frac{64}{100}+1-\frac{64}{100}}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5}\int \frac{dt}{\left(t+\frac{8}{10}\right)^2+\frac{36}{100}}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5}\int \frac{dt}{\left(t+\frac{8}{10}\right)^2+\left(\frac{6}{10}\right)^2}$$

पृष्ठ के अंकों का योग

$$\Rightarrow \frac{2}{5}\int \frac{dt}{\left(t+\frac{8}{10}\right)^2+\left(\frac{6}{10}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5}\int \frac{dt}{u^2+\left(\frac{6}{10}\right)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5}\,\frac{1}{\frac{6}{10}}\tan^{-1}\frac{u}{\frac{6}{10}}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{5}\times\frac{10}{6}\tan^{-1}\left(\frac{t+\frac{8}{10}}{\frac{6}{10}}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}\tan^{-1}\left(\frac{10t+8}{6}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}\tan^{-1}\left(\frac{10\tan\frac{x}{2}+8}{6}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3}\tan^{-1}\left(\frac{5\tan\frac{x}{2}+4}{3}\right)+c$$

प्रश्न-18

हल ⇒

$$\cos^3x\frac{dy}{dx}+y\cos x=\sin x$$

$$\frac{dy}{dx}+\frac{y}{\cos^2x}=\frac{\sin x}{\cos^3x}$$

$$\frac{dy}{dx}+y\sec^2x=\tan x\sec^2x$$

$$I.F.=e^{\int \sec^2x\,dx}$$

$$I.F.=e^{\tan x}$$

पृष्ठ के अंकों का योग

BSEMP

अवकल समी. का हल.

$$Y.I.F. = \int \tan x \sec^2 x \, I.F. \, dx + C$$

$$Y \cdot e^{\tan x} = \int \tan x \sec^2 x \, e^{\tan x} dx + C$$

$$Y \cdot e^{\tan x} = \int \tan x \, e^{\tan x} \sec^2 x \, dx + C$$

माना $\tan x = t$

$\sec^2 x \, dx = dt$

$$Y \cdot e^{t} = \int t e^{t} \, dt + C$$

$$Y \cdot e^{t} = t \int e^{t} - \int \left[\left(\frac{d}{dt} t \right) \int e^{t} dt \right] dt + C$$

$$Y \cdot e^{t} = t e^{t} - \int e^{t} \, dt + C$$

$$Y \cdot e^{t} = t e^{t} - e^{t} + C$$

$$Y \cdot e^{t} = e^{t}(t-1) + C$$

$$Y = (t-1) + C e^{-t}$$

$$Y = (\tan x - 1) + C e^{-\tan x}$$

BSEMP

प्रश्न -19

हल :-

सिक्का 6 बार उछाला जाता है।

अतः $n = 6$

शीर्ष आने की प्रायिकता $= p = \frac{1}{2}$

शीर्ष न आने की प्रायिकता $q = \frac{1}{2}$

कम से कम 3 शीर्ष आने की प्रायिकता = ?

कम से कम तीन शीर्ष आने की प्रायिकता = 1 − तीन से कम शीर्ष आने की प्रायिकता

तीन से कम शीर्ष आने की प्रायिकता =

$${}^6C_0 (p)^0 (q)^6 + {}^6C_1 (p)^1 (q)^5 + {}^6C_2 (p)^2 (q)^4$$

$${}^6C_0 \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^6 + {}^6C_1 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^5 + {}^6C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

$$1 \times 1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^6 + 6 \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{1}{2}\right)^5 + 15 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

$$\frac{1 \times 1}{64} + \frac{6}{64} + \frac{15}{64}$$

$$= \frac{1+6+15}{64} = \frac{22}{64} = \frac{11}{32}$$

अतः

कम से कम तीन शीर्ष आने की प्रायिकता

क अंकों का योग

$= 1 - \frac{11}{32}$

$= \frac{32-11}{32}$

$= \frac{21}{32}$

अभीष्ट प्रायिकता $= \frac{21}{32}$ Ans

प्रश्न-20

दिया है: दिक् कोज्याओं के समीकरण

$2l + 2m - n = 0$ —(i)

$mn + nl + lm = 0$ —(ii)

समी. (i) से $n = 2l + 2m$

समी (ii) में n का मान रखने पर

$m(2l+2m) + (2l+2m)l + lm = 0$

$2lm + 2m^2 + 2l^2 + 2ml + lm = 0$

$2m^2 + 5lm + 2l^2 = 0$

$2m^2 + 4lm + lm + 2l^2 = 0$

$2m(m+2l) + l(m+2l) = 0$

$m + 2l = 0$ या $2m + l = 0$

समी. (i) $2l + 2m - n = 0$

तथा $2 \cdot l + m + 0 \cdot n = 0$

को वज्र गुणन विधि से हल करने पर

BSEMP

पृष्ठ के अंत का यांत्र

$2l + 2m - n = 0$

$2l + m + 0 \cdot n = 0$

$$\frac{l}{0+1} = \frac{-m}{0+2} = \frac{n}{2-4}$$

$$\frac{l}{1} = \frac{m}{-2} = \frac{n}{-2} = \frac{l^2+m^2+n^2}{1+4+4}$$

$\therefore l^2+m^2+n^2 = 1$

$$\frac{l}{1} = \frac{m}{-2} = \frac{n}{-2} = \frac{1}{\sqrt{9}}$$

$$\frac{l}{1} = \frac{m}{-2} = \frac{n}{-2} = \frac{1}{3}$$

$$l_1 = \frac{1}{3}, \quad m_1 = \frac{-2}{3}, \quad n_1 = \frac{-2}{3}$$

समी. (i) व $2l+2m-n=0$

तथा (iv) $l+2m+0n=0$

को वज्र गुणन खण्ड विधि से हल करने पर

$2l+2m-n=0$

$l+2m+0 \cdot n=0$

$$\frac{l}{0+2} = \frac{-m}{0+1} = \frac{n}{4-2}$$

$$\frac{l}{2} = \frac{m}{-1} = \frac{n}{2} = \frac{l^2+m^2+n^2}{1+4+4}$$

BSEMP

1)

$\frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z}{3}$

$l_2 = \frac{2}{3}, \quad m_2 = \frac{-1}{3}, \quad n_2 = \frac{3}{3}$

दोनों रेखाओं के बीच कोण माना $\cos\theta$ है। तब

$\cos\theta = l_1 l_2 + m_1 m_2 + n_1 n_2$

$\cos\theta = \frac{1}{3}\cdot\frac{2}{3} + \left(\frac{-2}{3}\right)\left(\frac{-1}{3}\right) + \left(\frac{-2}{3}\right)\left(\frac{3}{3}\right)$

$\cos\theta = \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{-4}{9}$

$\cos\theta = \frac{2+2-4}{9}$

$\cos\theta = \frac{0}{9}$

$\cos\theta = 0$

$\cos\theta = \cos\frac{\pi}{2}$ $\quad \because \cos\frac{\pi}{2} = 0$

$\theta = \frac{\pi}{2}$

अतः दोनों रेखाओं के बीच कोण $\frac{\pi}{2}$ होगा।

BSEMP

पृष्ठ के अंकों का योग

प्रश्न-21

दिया है:-

गोला $A(2,-3,4)$ तथा $B=(-5,-6,-7)$ से होकर जाता है।

$A = \bar{a} = 2\hat{i}-3\hat{j}+4\hat{k}$, $\bar{b} = -5\hat{i}-6\hat{j}-7\hat{k}$

गोले का सदिश समी.

$$(\bar{r}-\bar{a})\cdot(\bar{r}-\bar{b})=0$$

$$(\bar{r}-(2\hat{i}-3\hat{j}+4\hat{k}))\cdot(\bar{r}-(-5\hat{i}-6\hat{j}-7\hat{k}))=0$$

$$(\bar{r}-(2\hat{i}-3\hat{j}+4\hat{k}))\cdot(\bar{r}+(5\hat{i}+6\hat{j}+7\hat{k}))=0$$

यही गोले का सदिश समीकरण है।

गोले का कार्तीय समी.

$$(x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}-(2\hat{i}-3\hat{j}+4\hat{k}))\cdot(x(x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k})+(5\hat{i}+6\hat{j}+7\hat{k}))=0$$

$$((x-2)\hat{i}+(y+3)\hat{j}+(z-4)\hat{k})\cdot((x+5)\hat{i}+(y+6)\hat{j}+(z+7)\hat{k})=0$$

$$(x-2)(x+5)+(y+3)(y+6)+(z-4)(z+7)=0$$

पृष्ठ के अंकों का योग

$x^2-2x+5x-10+y^2+6y+3y+18+z^2+7z-4z-28=0$

$x^2+y^2+z^2+3x+9y+3z-20=0$

यह गोले का कार्तीय समीकरण है।

गोले का सामान्य समीकरण

$x^2+y^2+z^2+2ux+2vy+2wz+d=0$

प्राप्त समी. की तुलना सामान्य समी. से करने पर

$2u=3$, $2v=9$, $2w=3$, $d=-20$

$u=\frac{3}{2}$, $v=\frac{9}{2}$, $w=\frac{3}{2}$, $d=-20$

गोले का केन्द्र $(-u,-v,-w)=\left(-\frac{3}{2},-\frac{9}{2},-\frac{3}{2}\right)$

गोले की त्रिज्या $=\sqrt{u^2+v^2+w^2-d}$

$=\sqrt{\frac{9}{4}+\frac{81}{4}+\frac{9}{4}+20}$

$=\sqrt{\frac{9+81+9+80}{4}}$

$=\sqrt{\frac{90+80+9}{4}}$

BSEMP

$= \sqrt{\frac{179}{4}}$

गिन्या $= \sqrt{\frac{179}{2}}$

प्रश्न-12

दिया है:-

$\bar{x} = 36$, $\bar{y} = 85$

$\sigma_x = 11$, $\sigma_y = 8$

$\rho = 0.66$

x की y पर समाश्रयण समीकरण

$x - \bar{x} = b_{xy}(y - \bar{y})$

$x - 36 = \rho \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - 85)$

$x - 36 = \frac{0.66 \times 11}{8} (y - 85)$

$x - 36 = 0.825 (11)(y - 85)$

$x - 36 = 9.075 (y - 85)$

$x - 36 = 0.9075y - 0.9075 \times 85$

$x - 36 = 0.9075y - 77.14$

$x = 0.9075y - 77.14 + 36$

BSEMP

पृष्ठ के अंकों का योग

$X = 0.9075Y - 41.14$ a

Y की X पर समाश्रयण रेखा

$\Rightarrow Y - \bar{Y} = b_{yx}(X - \bar{X})$

$\Rightarrow Y - \bar{Y} = \rho \frac{\sigma_y}{\sigma_x}(X - 36)$

$\Rightarrow Y - 85 = \frac{0.6 \times 8}{10}(X - 36)$

$\Rightarrow Y - 85 = 0.06 \times 8 (X - 36)$

$\Rightarrow Y - 85 = .48(X - 36)$

$\Rightarrow Y - 85 = .48X - 17.28$

$Y = .48X - 17.28 + 85$

$Y = .48X + 67.72$

अतः X की Y पर समाश्रयण रेखा =

$X = 0.9075Y - 41.14$

तथा Y की X पर समाश्रयण रेखा =

$Y = .48X + 67.72$ b

पृष्ठ के अंकों का योग

BSEMP

योग पूर्व पृष्ठ	+	पृष्ठ 34 के अंक	=	कुल अंक

BSEMP

पृष्ठ के अंकों का योग

योग पूर्व पृष्ठ + पृष्ठ 35 के अंक = कुल अंक

BSEMP

पृष्ठ के अंकों का योग

योग पूर्व पृष्ठ	+	पृष्ठ 36 के अंक	=	कुल अंक

BSEMP

पृष्ठ के अंकों का योग

योग पूर्व पृष्ठ	+	पृष्ठ 37 के अंक	=	कुल अंक

BSEMP

पृष्ठ के अंकों का योग

योग पूर्व पृष्ठ + पृष्ठ 38 के अंक = कुल अंक

BSEMP

पृष्ठ के अंकों का योग

$\phi^0 | e^1 | e^2$

$h = \frac{3}{2}$

$\frac{3}{4}[1 + 2(2.72) + 7.39]$

$\frac{3}{4}[1 + 5.44 + 7.39]$

5.44
(7.39)
1.00
13.83

$\frac{3}{4}(13.83)$

~~$3(4.6575)$~~
~~13.9725~~ 2

$\frac{3}{4}(13.83)$

$3(3.4575)$
10.3725 2
1.1

0.90.75 x 85 2 4
45375 8 8
726800 x
7 1375
7

.65731
.58918
1.24649
.1454 — 85.00
17.28
67.72

77.14
30.00
4114

.48 x 36 4
28.8 x 2
144
17.28

BSEMP

पृष्ठ के अंकों का योग

Q5 करिये

$\frac{1}{x(x+2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+2}$

$1 = A(x+2) + Bx$

$1 = Ax + 2A + Bx$

$A + B = 0$

$2A = 1$

$A = \frac{1}{2} \quad B = -\frac{1}{2}$

$= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2}\right]$

$6\hat{i} - 9\hat{j} + 8\hat{k} - 2\hat{i} + 9\hat{j} + 4\hat{k}$

$= 4\hat{i} + 6\hat{j} + 12\hat{k}$

$\sqrt{16 + 36 + 144} = \sqrt{196} = 14$

$\int \tan t2 = \frac{1}{2}(\log x)^2 + c$

$p = 1$

$p \leq 1 \quad e^0 \mid e^1 \mid e^2$

$\frac{b-a}{n} = \frac{3}{2 \cdot 2} \quad \frac{3}{2} \quad \frac{3}{4}\left[e^0 + 2(e^1 + \quad) + e^2\right)$

$\frac{3}{4} = \frac{3}{4}\left[1 + 2(2.72) + 7.39\right)$

$= \frac{3}{4}\left[1 + 5.44 + 7.39\right.$

$13.83 \quad \frac{3(13.83)}{4} \quad 3\left(\frac{3.4575}{}\right) \quad 10.3725$

$3x^2 \quad 2, \quad 3$

$8 + 0 = -2$

$2 - \frac{(-2)}{12}$

$\frac{12+1}{6} = \frac{13}{6} = 2.16$

$\cdot 65731 \; E05$

$\cdot 58918 \; E05$

$\cdot 24649 \; E05$

$0.124643 \; E06$

$\frac{196}{14}$

$\frac{144}{196}$

$\frac{196}{98.5}$

$5^2 \quad 5^3$

BSEMP

पृष्ठ के अंकों का योग