प्रश्न–पत्र का ब्लू प्रिंट
Blue Print of Question Paper
परीक्षा–हायर सेकेण्डरी

कक्षा: XI — पूर्णांक: 100

विषय: उच्चगणित — समय: 3 घण्टे

क्र.	इकाई	आबंटित अंक	वस्तुनिष्ठ प्रश्न अंक 01	अंक वार प्रश्नों की संख्या अंक 04	अंक 05	अंक 06	इकाई वार प्रश्नों की संख्या
1.	सम्मिश्र संख्याएं	05	—	—	01	—	01
2.	(अ) तीन चरों के विशेष युगपत समीकरण एवं उनका हल (ब) वर्गात्मक समीकरण के सिद्धांत	05	—	—	01	—	01
3. 4.	समान्तर श्रेणी एवं हरात्मक श्रेणी गुणोत्तर श्रेणी एवं विशेष श्रेणी	10	02	02	—	—	02
5.	सारणिक	05	—	—	01	—	01
6.	आव्यूह	05	01	01	—	—	01
7. 8. 9.	बिन्दुओं के कातीर्थ निदेशांक सरल रेखा रेखा युग्म	15	05	01	—	01	02
10.	वृत	05	—	—	01	—	01
11.	शंकु परिच्छेद	05	01	01	—	—	01
12. 13.	त्रिकोणमितीय फलन एवं समीकरण, त्रिकोणमितीय सर्वमिकाएँ, ग्राफ	10	—	01	—	01	02
14.	त्रिभुज के गुण व त्रिभुज के हल	05	01	01	—	—	01
15.	ऊँचाई और दूरी	05	—	—	01	—	01
16.	सांख्यिकी	05	—	—	01	—	01
17.	क्रमचय संचय	05	—	—	01	—	01
18.	गणितीय आगमन एवं द्विपद प्रमेय	05	05	—	—	—	—
19.	(अ) रेखीय असमताएँ (ब) लीनियर प्रोगामिंग	05	05	—	—	—	—
20.	चर घातांकी एवं लघुगणकीय श्रेणी, पुनरावृति	05	05	—	—	—	—
	योग	100	25	07	07	02	16

निर्देश:–

1. प्रश्न क्र. 1 से 5 तक वस्तुनिष्ठ प्रश्न होंगे जिसके अन्तर्गत जोड़ी बनाना, एक शब्द वाले प्रश्न बहुविकल्पीय प्रश्न, रिक्त स्थानों की पूर्ति आदि के प्रश्न होंगे। प्रत्येक प्रश्न में 5 अंक निर्धारित है।
2. वस्तुनिष्ठ प्रश्नों को छोड़कर सभी प्रश्नों में विकल्प का प्रावधान रखा जाये यह विकल्प समान इकाई से तथा यथासम्भव समान कठिनाई स्तर वाले होने चाहिए।

प्रादर्श प्रश्न–पत्र
Model Question Paper

कक्षा : XI : विषय : गणित
Class : XI : Sub. : Math

प्रश्न 1. निम्नलिखित में सही हल चुनकर लिखें।

(A-i) श्रेढ़ी 8, 15, 22, ... का अन्तिम पद 218 है तो पदों की संख्या है : 1 mark

218 is the last term of a series 8, 15, 22, ... then number of terms is :

(a) 30 (b) 31 (c) 28 (d) 8

(A-ii) दो राशियों का समान्तर माध्य 27 तथा हरात्मक माध्य 12 है तो उनका गुणोत्तर माध्य है :

Arithmatic mean of quantities be 27, Harmonic mean be 12, then their geometric mean is :

(a) 18 (b) 324 (b) 39 (d) 39/324

(A-iii) यदि | A | = 0 तो आव्यूह A है : 1 mark

If | A | = 0 then matrix A is :

(a) व्युत्क्रमणीय Invertible (b) अव्युत्क्रमणीय Non-invertible

(c) a एवं b दोनों a and b both (d) कोई नहीं None of these

(A-iv) Δ ABC के शीर्ष A (0, 0), B (0, 4), C (4, 0) हैं तो त्रिभुज का क्षेत्रफल होगा : 1 mark

If the vertices of a triangle ABC be A (0, 0), B (0, 4), C (4, 0) then the area of a triangle be :

(a) 8 (b) 0 (c) 4 (d) 16.

(A-v) बिन्दु (5, 3) और (– 5, – 3) को मिलाने वाली रेखा की प्रवणता है : 1 mark

The slope of a line joining two points (5, 3) and (– 5, – 3) is :

(a) 5/3 (b) 3/5 (c) 0 (d) 1.

(A-vi) यदि सरल रेखाएँ $y = 3x + 7$ और $y = mx + 2$ परस्पर लम्बवत हैं तो 1 mark

If straight lines $y = 3x + 7$ and $y = mx + 2$ are perpendicular to each other than

(a) $3m + 1 = 0$ (b) $3m – 1$ (c) $3 + m = 0$ (d) $3 – m = 0$.

(A-vii) यदि मूल बिन्दु से सरल रेखा $4x + 3y + c = 0$ पर डाले गये लम्ब का मान 2 है तो c का मान है : 1 mark

If the perpendicular distance drawn from the oregin to st line $4x + 3y + c = 0$ is 2 then the value of c is :

(a) 0 (b) 7 (c) 10 (d) 14.

(A-viii) रेखाओं $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ से निरूपित सरल रेखाओं के बीच के कोणों के अर्द्धकों का समीकरण है : 1 mark

The equation of a st lines bisecting the angle between the st lines given by $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$:

(a) $\frac{x^2 - y^2}{a+b} = \frac{xy}{h}$ (b) $\frac{x^2 + y^2}{a-b} = \frac{xy}{h}$ (c) $x^2 + y^2 = 2abh$ (d) $\frac{x^2 - y^2}{a-b} = \frac{xy}{h}$

(A-ix) एक समकोणिक अतिपरवलय की उत्केद्रता है : 1 mark

Ecentricity is a rectangular hyperbola is :

(a) $\sqrt{2}$ (b) 1

(c) एक से कम less than one (d) (b) एवं (c) (b) and (c)

(A-x) यदि किसी त्रिभुज की भुजाएँ 5, 12 व 13 सेंमी. हो तथा इसका क्षेत्रफल 30 सेंमी^{2} हो तो त्रिभुज की परित्रिज्या है : 1 mark

If 5, 12 and 13 are the sides of a triangle and its are is 30 cm^2 then radius of circum circle is :

(a) 6 cm. (b) 6.4 cm. (c) 7 cm. (d) 15 cm.

(B) जोड़ी बनाइये (Make Pair) :

(i) प्रथम n प्राकृत संख्याओं के वर्गों का योगफल होता है (a) 1 1 mark

Sum of the square of first n natural number is

(ii) n के सभी घन पूर्णांक मानों के लिये n (n +1)(2n + 1) विभाज्य है। (b) 5 1 mark

For all positive value of n, then expression n (n + 1)(2n +1) is divisible by

(iiii) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{10}$ के विस्तार में मध्य पदों की संख्या (c) $2^{30} - 1$ 1 mark

Number of middle terms in the expression $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{10}$ is

(iv) $(2x + 3y)^4$ के विस्तार में पदों की संख्या (d) $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

Number of terms in the expansion of $(2x + 3y)^4$ 1 mark

(v) $^{30}C_1 + {}^{30}C_2 + ... + {}^{30}C_{30}$ का मान होता है (c) 6 1 mark

the value of $^{30}C_1 + {}^{30}C_2 + ... + {}^{30}C_{30}$ is

(C) रिक्त स्थानों की पूर्ति करो (Fill in the Blanks) :

(i) एल.पी.पी. का पूरा नाम .... है। 1 mark

Fill name of L.P.P. is ....

(ii) e चरघातांकी का मान .... एवं .... के बीच होता है। 1 mark

The value of exponent e lies between .... and ....

(iii) $\frac{e^x + e^{-x}}{2}$ का मान .... है। 1 mark

The value of $\frac{e^x + e^{-x}}{2}$ is ....

(iv) log (1 + x) का मान होता है .... 1 mark

The value of log (1 + x) is ....

(v) आधार e पर ज्ञात किये गये लघुगणक .... लघुगणक कहलाते हैं। 1 mark

Logarithm determine on the base of e is called ....

(D) सत्य/असत्य को चुनिये (Pick out the true and false) :

(i) एक चर में रैखिक असमिका $ax + by < 0$ है। 1 mark

$ax + by < 0$ is a linear inequality in one variable.

(ii) चरघातांकी e अपरिमेय संख्या है। 1 mark

e is an irrational number.

(iii) e^{2x} के प्रसार में (n + 1)वाँ पद $\frac{2^n x^n}{\lfloor n-1}$ है। 1 mark

$(n + 1)^{th}$ term of e^{2x} is $\frac{2^n x^n}{\lfloor n-1}$

(iv) यदि $y = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + ...$ तो $x = e^y - 1$. 1 mark

(v) श्रेणी $1 + \log x + \dfrac{(\log x)^2}{\lfloor\underline{2}} + \dfrac{(\log x)^3}{\lfloor\underline{3}} + ... \infty$ का योग x है। 1 mark

प्रश्न (Question) : Ques. 1 to 7 [4 अंक (Each 4 mark)]

प्रश्न 1. यदि किसी स. श्रे. को n, 2n, 3n पदों के योग क्रमशः s_1 s_2 s_3 हों तो सिद्ध कीजिये कि $s_3 = 3(s_2 - s_1)$.

If the sum of n, 2n and 2n terms of an AP is s_1 s_2 s_3 respectively then prove that $s_3 = 3(s_2 - s_1)$.

या (or)

यदि $\dfrac{a-x}{px} = \dfrac{a-y}{qy} = \dfrac{a-z}{rz}$ और p, q, r स. श्रे. में हों तो सिद्ध कीजिये कि x, y, z ह. श्रे. में होंगे।

If and p, q, r are in A.P. then prove that x, y, z, are in H.P.

प्रश्न 2. यदि तथा a, b, c, गु. श्रे. में हैं तो सिद्ध कीजिये कि x, y, z स. श्रे. में होंगे।

$a^{\frac{1}{x}} = b^{\frac{1}{y}} = c^{\frac{1}{z}}$ $\dfrac{a-x}{px} = \dfrac{a-y}{qy} = \dfrac{a-z}{rz}$

If $a^{\frac{1}{x}} = b^{\frac{1}{y}} = c^{\frac{1}{z}}$ and a, b, c are in G.P. then prove that x, y, z are in A.P.

या (or)

यदि If $x = a + \dfrac{a}{r} + \dfrac{a}{r^2} + ... \infty$, $y = b - \dfrac{b}{r} + \dfrac{b}{r^2} - .... \infty$, $z = c + \dfrac{c}{r^2} + \dfrac{c}{r^4} + ... \infty$ तो सिद्ध करो कि then prove that $\dfrac{xy}{z} = \dfrac{ab}{c}$.

प्रश्न 3. आव्यूह विधि से हल कीजिये Solve by the method of matrix :

$$x + y + z = 3$$
$$2x - y + z = 2$$
$$x - 2y + 3z = 2.$$

या (or)

यदि $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ हो तो सिद्ध कीयि कि $A^{-1} = A$.

If $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ then prove that $A^{-1} = A$.

प्रश्न 4. बिन्दु (4, 6) बिन्दुओं (x, y) तथा (5, 7) के बीच की दूरी को 2 : 1 के अनुपात में विभाजित करता है तो x और y ज्ञात कीजिये।

Point (4, 6) divides the distance between points (x, y) and (5, 7) in the ratio of 2 : 1, then find x and y.

या (or)

बिन्दु (4, – 5) से होकर जाने वाली और सरल रेखा $3x + 4y + 5 = 0$ पर लम्ब रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिये।

Find the equation of a line passing through (4, – 5) and perpendicular to the line $3x + 4y = 0$.

प्रश्न 5. दीर्घवृत्त $3x^2 + 4y^2 + 12x - 8y - 32 = 0$ का केन्द्र एवं नियताओं का समीकरण ज्ञात कीजिये।

Find the centre and the equations of the directrices of the ellipse $3x^2 + 4y^2 + 12x - 8y - 32 = 0$.

या (or)

परवलय $y^2 = 4x + 4y$ के शीर्ष, नाभि, अक्ष एवं नियता का समीकरण ज्ञात करो।

Find the vertex, focus, axis and directric of the parabola $y^2 = 4x + 4y$.

प्रश्न 6. सिद्ध करो कि Prove that

$$\text{Sin } 20° \text{ Sin } 40° \text{ Sin } 60° \text{ Sin } 80° = \frac{3}{16}.$$

या (or)

समीकरण $5 \cos \theta + 2 \sin \theta = 2$ को हल करो जबकि $\cot 21° 48' = 5/2$.

Solve the equation $5 \cos \theta + 2 \sin \theta = 2$ when $\cot 21° 48' = 5/2$.

प्रश्न **7.** यदि त्रिभुज ABC में $\angle B = 90°$ हो तो सिद्ध कीजिये कि $\tan \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{b-c}{b+c}}$.

If in Δ ABC, $\angle B = 90°$ then prove that $\tan \frac{A}{2} = \sqrt{\frac{b-c}{b+c}}$.

या (or)

सिद्ध कीजिये कि Prove that

$$\frac{1}{s-a}+\frac{1}{s-b}+\frac{1}{s-c}-\frac{1}{s}=\frac{4R}{\Delta}.$$

Ques. 8 to 14 [5 अंक (Each 5 mark)]

प्रश्न 8. सिद्ध कीजिए $(1+i)^4\left(1+\frac{1}{i}\right)^4 = 16$

Prove that $(1+i)^4\left(1+\frac{1}{i}\right)^4 = 16.$

अथवा (or)

यदि $\frac{a+ib}{c+id} = x + iy$ हो तो सिद्ध कीजिए कि

$$\frac{a-ib}{c-id} = x - iy \text{ तथा } x^2 + y^2 = \frac{a^2+b^2}{c^2+d^2}.$$

If $\frac{a+ib}{c+id} = x + iy$, then prove that

$$\frac{a-ib}{c-id} = x - iy \text{ and } x^2 + y^2 = \frac{a^2+b^2}{c^2+d^2}.$$

प्रश्न 9. यदि $x = cy + bz$, $y = az + cx$, $z = bx + ay$ जहाँ x, y, z सभी शून्य नहीं हो तो सिद्ध कीजिए कि $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1$.

If $x = cy + bz$, $y = az + cx$, $z = bx + ay$, where all x, y, z is not zero then prove that $a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1$.

अथवा (or)

समीकरण $(p-q)x^2 + (q-r)x + (r-p) = 0$ के मूल ज्ञात कीजिए।

Find the roots of the eqn. $(p-q)x^2 + (q-r)x + (r-p) = 0$.

प्रश्न 10. सिद्ध कीजिए कि (Prove that)

$$\begin{vmatrix} a-b-c & 2a & 2a \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix} = (a+b+c)^3.$$

अथवा (or)

सिद्ध कीजिए कि (Prove that)

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & b^2 & c^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)(ab+bc+ca).$$

प्रश्न 11. एक वृत्त का केन्द्र प्रथम चतुर्थांश में है तो y-अक्ष को बिन्दु (0, 2) पर स्पर्श करता है तथा बिन्दु (1, 0) से गुजरता है। उसका समीकरण ज्ञात कीजिए।

The centre of a circle is in the first quadrant and the circle touches the y-axis at point (0, 2) and passes through the point (1, 0). Find the equation to the circle.

अथवा (or)

एक वृत्त की त्रिज्या 3 इकाई है तथा उसकी केन्द्र रेखा $y = x - 1$ पर स्थित है। यदि वृत्त, बिन्दु (7, 3) से गुजरता है तो उसका समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the eqn. of a circle which has radius 3, which passes through the point (7, 3) and whose centre lies on line $y = x - 1$.

प्रश्न 12. r त्रिज्या का एक गोलाकार गुब्बारा एक दर्शक के नेत्र पर α कोण अन्तरित करता है, उस समय गुब्बारे के केन्द्र के उन्नयन कोण β है, सिद्ध कीजिए कि गुब्बारे के केन्द्र की पृथ्वी से ऊंचाई $r \sin \beta \operatorname{cosec} \alpha/2$ है।

A spherical balloon whose radius is r subtends an angle α at an observer's eye when the angular elevation of its centre is β. Prove that the height of the centre of balloon is $r \sin \beta \operatorname{cosec} \alpha/2$.

अथवा (or)

एक मीनार का शिखर क्षैतिज तल पर स्थित किसी बिन्दु पर 60° का उन्नयन कोण बनाता है। उस बिन्दु से 10 मीटर ठीक ऊपर एक स्थान पर मीनार के पाद का अवनमन कोण 30° है। मीनार की ऊंचाई ज्ञात कीजिए।

The angle of elevation of the top of a at a point in horizontal ground is 60°. At 10 m higher than this, the angle of passion of the foot of tower is 30°. Find the height of the tower.

प्रश्न 13. निम्नांकित वितरण के लिए विचरण गुणांक (Coefficient of variation) ज्ञात कीजिए।

व्यय (रुपयों में)	5 से कम	10 से कम	15 से कम	20 से कम	25 से कम
मुर्गियों की संख्या	6	16	28	38	46

Calculation the coefficient of variation for the following distribution :

Expenditure (In Rs.)	less than 5	less than 10	less than 15	less than 20	less than 25
No. of hens	6	16	28	38	46

या (or)

निम्नांकित सारिणी के लिए प्राप्तांकों का बहुलक ज्ञात कीजिए।

प्राप्तांक :	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
छात्र संख्या :	5	18	30	45	40	15	10

Find the model marks from the lowing table :

Marks :	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
No. of students :	5	18	30	45	40	15	10

प्रश्न 14. 5 पुरुषों और 4 स्त्रियों में से चार–चार के दल कितने प्रकार से बनाये जा सकते हैं, यदि (i) कोई प्रतिबन्ध न हो (ii) एक विशेष व्यक्ति आवश्यक रूप से शामिल हो (iii) कम से कम दो पुरुष अवश्य शामिल किये जाएँ।

There are 5 men and 4 women. How many combinations of 4 each are possible of (i) there is no condition; (ii) A particular person must be included; (iii) at least two men must be included.

या (or)

15 खिलाड़ियों के समूह में से क्रिकेट एकादश का चयन कितने प्रकार से किया जा सकता है जबकि

(a) चयन पर कोई प्रतिबन्ध नहीं है।

(b) एक विशेष्ज्ञ खिलाड़ी सदैव चुना जाय।

(c) एक विशेषज्ञ खिलाड़ी कभी न लिया जाय।

In how many ways can a cricket eleven be chosen out of a batch of 15 players, if

(a) there is no restriction on the selection;

(b) a particular player is always chosen;

(c) a particular player is never chosen ?

Ques. 15 to 16 [6 अंक (Each 6 mark)]

प्रश्न 15. मूल बिन्दु से रेखाओं $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2qx + 2ty + c = 0$ पर लम्ब रेखाओं का समीकरण ज्ञात करो।

Find the equation of the lines which are perpendicular from the origin on the lines $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2qx + 2ty + c = 0$.

या (or)

रेखा $3x + 2y = 5$ पर स्थित उस बिन्दु के निर्देशांक ज्ञात करो जो रेखा $4x + 3y = 7$ एवं $2y - 5 = 0$ से समान दूरी पर स्थित हों।

Find the coordinates of the points on the line $3x + 2y = 5$ which are equidistant from the lines $4x + 3y = 7$ and $2y - 5 = 0$.

प्रश्न 16. यदि $x + y + z = xyz$ तो सिद्ध करो कि

If $x + y + z = xyz$ then from that

$$\frac{2x}{1-x^2}+\frac{2y}{1-y^2}+\frac{2z}{1-z^2} = \frac{2x}{1-x^2}.\frac{2y}{1-y^2}.\frac{2z}{1-z^2}.$$

या (or)

किसी Δ के तीनों कोणों के sine का अनुपात $4 : 5 : 6$ तो सिद्ध करो कि उसके कोणों के cosine का अनुपात $12 : 9 : 2$ है।

The sine of the angles of a triangle are in the ratio of $4 : 5 : 6$ prove that the cosines of the angles are in the ratio of $12 : 9 : 2$.

● ● ●

प्रादर्श उत्तर

A.	(i) — (b)	B.	(i) — (d)	D.	True सत्य
	(ii) — (a)		(ii) — (e)		True सत्य
	(iii) — (b)		(iii) — (a)		False असत्य
	(iv) — (a)		(iv) — (b)		True सत्य
	(v) — (b)		(v) — (c)		True सत्य
	(vi) — (a)	C.	(i) — Linear programming problem : रेखीय कार्य योजना		
	(vii) — (c)		(ii) — 2 और and 3		
	(viii) — (d or d)		(iii) — $1 + \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4} + ...$		
	(ix) — (a)		(iv) — $x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + ...$		
	(x) — (b)		(v) — नेपियरिन Napiarin		

प्र. Ques. 1.

हल Sol. : माना कि स. श्रे. का प्रथम पद a तथा अन्तिम पद l है

Let a be the first term and *l* common difference of an AP.

$$\therefore \quad S_1 = \frac{n}{2}(a + l) \quad ....(1)$$ 2

$$S_2 = \frac{2n}{2}(a + l) \quad ....(2)$$

$$S_3 = \frac{3n}{2}(a + l) \quad ....(3)$$

समी. (2)—समी. [(1) Eqn. (2)—Eqn. (1)]

$$S_2 - S_1 = \frac{2n}{2}(a + l) - \frac{n}{2}(a + l)$$

$$= \left(\frac{2n}{2} - \frac{n}{2}\right)(a + l)$$

$$= \frac{n}{2}\,(a + l) \qquad 2$$

$$3\,(S_2 - S_1) = \frac{3n}{2}\,(a + l)$$

$$= S_3$$

or (अथवा)

$$\frac{a - x}{px} = \qquad = \qquad = k \text{ माना (let)}$$

$\therefore$ $$kp = \qquad = \quad -1 \qquad 1$$

$$kq = \qquad \frac{a}{y} - 1$$

$$kr = \qquad \frac{a}{z} - l$$

$\because$ p, q, r स. श्रेणी में (are in A.P.) 1

$\therefore$ $p + r = 2q \quad \Rightarrow \quad kp + kr = 2kq \quad \frac{a - x}{x} - 1 + \frac{a}{z} - 1$

$$\Rightarrow \qquad = 2\left(\frac{a}{y} - 1\right)$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{a}{x} + \frac{a}{z} = \frac{2a}{y} \qquad 2$$

$$\Rightarrow \qquad \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{2}{y}$$

प्र. Ques. 2.

हल Sol. : दिया हुआ (given) $\quad a^{\frac{1}{x}} = b^{\frac{1}{y}} = c^{\frac{1}{z}} = k$ माना (let)

$$a = k^x, \qquad b = k^y, \qquad c = k^z. \qquad 1$$

$\because$ a, b, c गु. श्रे. में हैं (are in G.P.)

$\therefore$ $$b^2 = ac \qquad 1$$

$\Rightarrow \qquad (k^y)^2 = (k^x.k^z) \Rightarrow k^{2y} = k^{x+z} \Rightarrow 2y = x + z.$ 1

$\therefore$ x, y, z स. श्रे. में हैं (are in AP) 1

या (or)

$$x = a + \qquad + ... \infty$$

$$= \frac{a}{1-\frac{1}{r}} = \frac{ar}{r-1}$$ 1

$$y = b - \frac{b}{r} + \frac{b}{r^2} .... \infty$$

$$= \frac{b}{1+\frac{1}{r}} = \frac{br}{r+1}$$ 1

$$z = c + \frac{c}{r^2} + \frac{c}{r^4} + ... \infty$$

$$\frac{a}{r} + \frac{a}{r^2}$$

$$= \frac{c}{1-\frac{1}{r^2}} = \frac{cr^2}{r^2-1}$$ 1

L.H.S. $\quad \frac{xy}{z} = \frac{ar}{r-1} \times \frac{br}{r+1} \times \frac{r^2-1}{cr^2}$

$$= \frac{ab}{c}$$ 1

प्र. Ques. 3.

हल Sol. : दिये गये समीकरणों को AX = B के रूप में लिख सकते हैं

(Given equation can be written in the form of AX = B.)

जहाँ (where) $\quad A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

तब (then) $\quad X = A^{-1} B$

$$|A| = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix} = -9. \qquad 1$$

$\because |A| \neq 0$. अतः A^{-1} का अस्तित्व है। $\therefore A^{-1}$ Exiss.

$$\begin{array}{lll} A_{11} = -1 & A_{21} = -5 & A_{31} = 2 \\ A_{12} = -5 & A_{22} = 2 & A_{32} = 1 \\ A_{13} = -3 & A_{23} = 3 & A_{33} = -3. \end{array}$$

$$\text{Adj } A = \begin{bmatrix} -1 & -5 & 2 \\ -5 & 2 & 1 \\ -3 & 3 & -3 \end{bmatrix} \qquad 1$$

$$A^{-1} = \frac{\text{Adj} A}{|A|} = \begin{bmatrix} 1/9 & 5/9 & -2/9 \\ 5/9 & -2/9 & -1/9 \\ 1/3 & -1/3 & 1/3 \end{bmatrix} \qquad 1$$

$$X = A^{-1} B = \begin{bmatrix} 1/9 & 5/9 & -2/9 \\ 5/9 & -2/9 & -1/9 \\ 1/3 & -1/3 & 1/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow x = 1, y = 1, z = 1. \qquad 1$$

या (or)

दिया है (given) $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$|A| = -1.$

अतः A^{-1} का अस्तित्व है। $\therefore A^{-1}$ Exists. 1

$$\text{Adj } A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad 1$$

$$A^{-1} = \frac{AdjA}{|A|}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$ 2

प्र. Ques. 4.

$m_1 = 2$ R (4, 6)

A (x, y) $m_2 = 1$ B (5, 6)

हल Sol. : बिन्दु R (4, 6), A एवं B को मिलाने वाली रेखा का 2 : 1 में विभाजित करता है।

(Point R (4, 6) divide the line joining points A and B in the ratio of 2 : 1)

$$\therefore \quad x = \frac{m_1x_2 + m_2x_1}{m_1 + m_2}$$

$$4 = \frac{2 \times 5 + 1 \times x}{2 + 1}$$

$$\Rightarrow \quad x = 2$$ 2

$$y = \frac{m_1y_2 + m_2y_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow 6 = \frac{2 \times 7 + 1 \times 4}{2 + 1} \Rightarrow y = 4$$ 2

या (or)

दी हुई सरल रेखा का समीकरण Equation of a given line

$$3x + 4y + 5 = 0. \qquad ....(1)$$

समी. (1) पर लम्बवत रेखा का समीकरण Equation of a line perpendicular to (1)

$$4x - 3y + \lambda = 0 \qquad ....(2)$$ 1

समी. (2) बिन्दु (4, – 5) से होकर जाती है Equation (2) passes through (4, – 5)

$$\therefore \quad 4(4) - 3(-5) + \lambda = 0$$ 1

$$\lambda = -31.$$

$\therefore$ अभीष्ट रेखा का समीकरण $\therefore$ Equation of a required line.

$$4x - 3y - 31 = 0.$$ 2

प्र. Ques. 5.

हल Sol. : दिया गया दीर्घवृत्त given Ellipse is

$$3x^2 + 4y^2 + 12x - 8y - 32 = 0.$$

$\Rightarrow$ $$\frac{(x+2)^2}{16}+\frac{(y-1)^2}{12}=1.$$ 1

Taking $x + 2 = X$, $y - 1 = Y$ लेने पर,

$$\frac{X^2}{4^2}+\frac{Y^2}{\sqrt{12}}=1.$$

$a = 4,\quad b = \sqrt{12}$

$b^2 = a^2 (1 - e^2)$

$12 = 16 (1 - e^2)$

$e = 1/2$

$X = 0,\quad Y = 0$ 1

$\Rightarrow$ $x = -2,\quad y = 1,$

Centre केन्द्र $(-2, 1)$ 1

Equation of the directions are $X = \pm \frac{a}{c}$

नियता का समीकरण

$\Rightarrow$ $x = 6,\quad x = -10.$ 1

या (or)

$$y^2 = 4x + 4y$$

$$(y-2)^2 = 4(x+1)$$

$\Rightarrow$ $$Y^2 = 4X$$ 1

शीर्ष के लिये For vertex

$X = 0,\quad Y = 0$

$x = -1,\quad y = 2$

$\therefore$ शीर्ष Vertex $(-1, 2)$ 1

नाभि के लिये $X = a,\quad Y = 0$

for focus $x + 1 = 1\quad y - 2 = 0$

$x = 0,\quad y = 2$

नाभि focus $(0, 2)$ 1

अक्ष axis $y = 0 \Rightarrow y - 2 = 0.$

नियता Directrix $X + a = 0 \Rightarrow x + 1 + 1 = 0 \Rightarrow x + 2 = 0.$ 1

प्र. Ques. 6.

हल Sol. : L.H.S. $= \sin 20° \sin 40° \times \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 80°$

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} .2 \sin 40° \sin 20° \sin 80°$$ 1

$$= \frac{\sqrt{3}}{4} \left[\cos 20° - \frac{1}{2}\right] \sin 80°$$ 1

$$= \frac{\sqrt{3}}{8} [2 \sin 80° \cos 20°] - \frac{\sqrt{3}}{8} \sin 80°$$ 1

$$= \frac{\sqrt{3}}{8} \left[\sin 80° + \frac{\sqrt{3}}{2}\right] - \frac{\sqrt{3}}{8} \sin 80°.$$

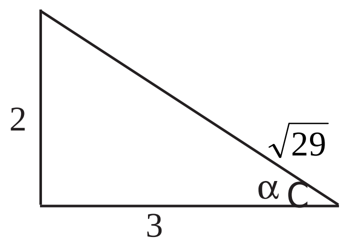
$$= \frac{3}{11}.$$ 1

या (or)

दिया गया समीकरण $5 \cos \theta + 2 \sin \theta = 2.$

$$\frac{5}{\sqrt{29}} \cos \theta + \frac{2}{\sqrt{29}} \sin \theta = \frac{2}{\sqrt{29}}$$ 1

दिया गय समीकरण $\cot 21° 48' = \frac{5}{2}$



$$\sin \alpha = 2 / \sqrt{29}$$

$$\cos \alpha = 5 / \sqrt{29}$$ 1

$\therefore$ $\cos \theta \cos \alpha + \sin \theta \sin \alpha = \sin \alpha$

$$\cos (\theta - 21° 48') = \cos (90 - 21° 48')$$ 1

$$\theta = 21° 48' + 24 \pi \pm 68° 12'.$$ 1

प्र. Ques. 7.

हल Sol. : दिया गया है given $\angle B = 90°$

$\therefore \quad \angle C = 90 - \angle A.$ 1

$$\tan\frac{B-c}{2} = \frac{b-c}{b+c}\cot\frac{A}{2}$$

$$\Rightarrow \quad \tan\frac{90-90+A}{2} = \frac{b-c}{b+c}.\frac{1}{\tan A/2}$$ 1

$$\Rightarrow \quad \tan^2\frac{A}{2} = \frac{b-c}{b+c}$$

$$\tan\frac{A}{2} = \sqrt{\frac{b-c}{b+c}}$$ 2

या (or)

given दिया है

$$\text{L.H.S.} = \frac{1}{s-a} + \frac{1}{s-b} + \frac{1}{s-c} - \frac{1}{s}$$

$$\frac{s-b+s-a}{(s-a)(s-b)} + \frac{s-s+c}{s(s-c)}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{c}{(s-a)(s-b)} + \frac{c}{s(s-c)}$$ 1

$$= c\left[\frac{s(s-c)+(s-a)(s-b)}{s(s-a)(s-b)(s-c)}\right]$$ 1

$$= \frac{c}{\Delta^2}\left[\frac{(a+b+c)(a+b-c)}{4} + \frac{(b+c-a)(a+c-b)}{4}\right]$$ 1

$$= \frac{c}{4\Delta^2}\left[(a+b)^2 - c^2 + c^2 - (a-b)^2\right]$$

$$= \frac{c}{4\Delta^2}[4ab] = \frac{4R}{\Delta}.$$ 1

प्र. Ques. 8.

हल Sol. :

$$(1+i)^4 = [(1+i)^2]^2$$

$$= (1+i^2+2i)^2 \qquad (i^2 = -1) \qquad 1$$

$$= [1 - 1 + 2i]$$

$$= (2i)^2$$

$$= 4i^2$$

$$= 4(-1)$$

$$\Rightarrow \qquad (1+i)^4 = -4 \qquad ....(i) \qquad 1$$

पुनः again

$$\left(1+\frac{1}{i}\right)^4 = \left[\left(1+\frac{1}{i}\right)^2\right]^2 \qquad 1$$

$$= \left[1+\frac{1}{i^2}+\frac{2}{i}\right]^2$$

$$= \left[1-1+\frac{2}{i}\right]^2$$

$$= \left(\frac{2}{i}\right)^2 = \frac{4}{i^2}$$

$$\Rightarrow \qquad \left(1+\frac{1}{i}\right)^4 = -4 \qquad ....(ii)$$

अतः समी. (i) व (ii) को गुणा करने पर,

$\therefore$ By multiplying eqn. (i) and (ii)

$$(1+i)^4\left[1+\frac{1}{i}\right]^4 = (-4)(-4) = 16. \qquad 2$$

इतिसिद्धम् (Hence Prove)

अथवा (or)

हल Sol. :

$$x + iy = \frac{a+ib}{c+id}$$

$$= \frac{a+ib}{c+id} \times \frac{c-id}{c-id}$$ 1 अंक (1 mark)

$$= \frac{ac - aid + ibc - i^2bd}{c^2 - i^2d^2}$$

$$= \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + i\frac{bc-ad}{c^2+d^2}$$ 1 अंक (1 mark)

$\therefore$ $x = \dfrac{ac+bd}{c^2+d^2}$ तथा (and) $y = \dfrac{bc-ad}{c^2+d^2}$

सम्मिश्र संख्याओं की समानता नियम से (Law of equility of Complex number)

अतः (Then) $x - iy = \dfrac{ac+bd}{c^2+d^2} - i\dfrac{bc-ad}{c^2+d^2}$ 1 अंक (1 mark)

$$= \frac{(ac+bd) - i(bc-ad)}{c^2+d^2}$$

$$= \frac{(a-ib)(c+id)}{c^2+d^2}$$

$$= \frac{(a-ib)(c+id)}{(c+id)(c-id)} = \frac{a-ib}{c-id}$$ 1 अंक (1 mark)

पुनः (again) $x^2 + y^2 = (x - iy)\,(x + iy)$

$$= \frac{a-ib}{c-id} \cdot \frac{a+ib}{c+id}$$

$$= \frac{a^2+b^2}{c^2+d^2}$$ 1 अंक (1 mark)

इतिसिद्धम् (Hence Prove)

प्र. Ques. 9.

हल Sol. : दिए गए समीकरण हैं Given eqn. is :

$-x + cy + bz = 0$ ....(1)

$cx - y + az = 0$ ....(2)

$bx + ay - z = 0$ ....(3) 1 अंक (1 mark)

समीकरण (1) और (2) को वज्रगुणन विधि हल करने पर,

By cross multiplication eqn. (1) and (2)

$$\frac{x}{ac+b} = \frac{y}{bc+a} = \frac{z}{1-c^2} = k \text{ (माना)}$$

$$x = k\,(ac + b)$$

$$y = k\,(bc + a)$$

$$z = k\,(1 - c^2)$$ 2 अंक (2 mark)

समी. (3) में x, y, z के उपर्युक्त मान रखने पर,

Put the value of x, y, z in eqn. (3)

$$b.k\,(ac + b) + ak\,(bc + a) - k\,(1 - c^2) = 0$$ 1 अंक (1 mark)

या (or) $$k\,(a^2 + b^2 + c^2 + 2abc - 1) = 0$$

x, y, z सभी शून्य नहीं हैं। अतः k भी शून्य नहीं है।

when x, y, z is not eqn. to zero then k is not eqn. to zero.

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2abc - 1 = 0$$

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2abc = 1$$ 1 अंक (1 mark)

इतिसिद्धम् (Hence Prove)

या (or)

दिया गया समीकरण (Given eqn.)

$$(p - q)\,x^2 + (q - r)\,x + (r - p) = 0$$

$$x = \frac{(x-q) \pm \sqrt{(q-r)^2 - 4(r-p)(p-q)}}{2(p-q)}$$ 1 अंक (1 mark)

$$x = \frac{(r-q) \pm (q+r-2p)}{2(p-q)}$$ 1 अंक (1 mark)

(+ve) $$x = \frac{r-q+q+r-2p}{2(p-q)}$$

$$= \frac{2r-2p}{2p-2q}$$

$$= \frac{r-p}{p-q}$$ 1 अंक (1 mark)

(–ve) $$x = \frac{r-q-q-r+2p}{2p-2q}$$

$$= \frac{2p-2q}{2p-2q}$$ 1 अंक (1 mark)

$$= 1$$

$\Rightarrow$ $$x = \left(\frac{r-p}{p-a}, 1\right)$$ **उत्तर (Ans.)** 1 अंक (1 mark)

प्र. Ques. 10.

हल Sol. : माना कि दिया हुआ सारणिक Δ है। संक्रिया $R_1 \to R_1 + (R_2 + R_3)$ से

(Let given is Determinant. Then from operation is $R_1 \to R_1 + (R_2 + R_3)$)

$$\Delta = \begin{vmatrix} a+b+c & a+b+c & a+b+c \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix}$$ 1 अंक (1 mark)

$$= a+b+c \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2b & b-c-a & 2b \\ 2c & 2c & c-a-b \end{vmatrix}$$ 1 अंक (1 mark)

संक्रिया $C_2 \to (C_2—C_1)$ तथा $C_3 \to (C_3—C_1)$ से 1 अंक (1 mark)

From operation $C_2 \to (C_2—C_1)$ and $C_3 \to (C_3—C_1)$

$$\Delta = (a+b+c) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2b & -b-c-a & 0 \\ 2c & 0 & -c-a-b \end{vmatrix}$$

$$= (a+b+c)\,(a+b+c)^2$$ 1 अंक (1 mark)

$$= (a+b+c)^3$$ 1 अंक (1 mark)

अथवा (or)

माना कि दिया हुआ सारणिक Δ है।

संक्रिया $C_2 \to (C_2—C_1)$ तथा $C_3 \to (C_3—C_1)$ से 1 अंक (1 mark)

From operation $C_2 \to (C_2—C_1)$ and $C_3 \to (C_3—C_1)$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ a^2 & b^2 - a^2 & c^2 - a^2 \\ a^3 & b^3 - a^3 & c^3 - a^3 \end{vmatrix}$$

प्रसार करने Expand it

$$\Delta = \begin{vmatrix} b^2 - a^2 & c^2 - a^2 \\ b^3 - a^3 & c^3 - a^3 \end{vmatrix}$$ 1 अंक (1 mark)

$$= \begin{vmatrix} (b-a)(b+a) & (c-a)(c+a) \\ (b-a)(b^2+ab+a^2) & (c-a)(c^2+ca+b^2) \end{vmatrix}$$ 1 अंक (1 mark)

$$= (b-a)\,(c-a) \begin{vmatrix} b+a & c+a \\ b^2+ab+a^2 & c^2+ca+a^2 \end{vmatrix}$$ 1 अंक (1 mark)

संक्रिया $C_2 \to (C_2—C_1)$ से

From operation $C_2 \to (C_2—C_1)$

$$\Delta = (b-a)(c-a) \begin{vmatrix} b+a & c-b \\ b^2+ab+c^2 & c^2+ca-b^2-ab \end{vmatrix}$$

$$= (b-a)(c-a) \begin{vmatrix} b+a & c-b \\ b^2+ab+c^2 & (c-b)(c+a)+a(c-b) \end{vmatrix}$$

$$= (b-a)(c-a)(c-b) \begin{vmatrix} b+a & 1 \\ b^2+ab+b^2 & c+b+a \end{vmatrix}$$

$$= (b-a)(c-a)(c-b)\,[(b+a)(a+b+c) - (b^2+ab+a^2)]$$

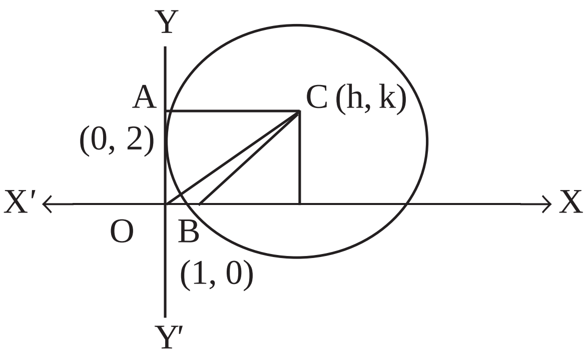
$$= (b-a)(c-a)(c-b)\,[ab+b^2+bc+a^2+ab+ac-b^2-ab-a^2]$$ 1 अंक (1 mark)

$$= (a-b)(b-c)(c-a)\,(ab+bc+ca).$$

प्र. Ques. 11.

हल Sol. : माना बिन्दु A (0, 2), B (1, 0) तथा वृत्त का केन्द्र C (h, k) है। तब,

(Let points A (0, 2), B (1, 0) and centre of the circle be C (h, k), then)



1 अंक (1 mark)

$$AC = \sqrt{(h-0)^2 + (k-2)^2}$$

$$= \sqrt{h^2 + k^2 - 4k + 4}$$ 1 अंक (1 mark)

तथा and $OC^2 = h^2 + k^2$

अब समकोण Δ OAC में

Now in right angle Δ OAC,

$$O = OA^2 + AC^2$$

$\Rightarrow$ $h^2 + k^2 = 4 + h^2 + k^2 - 4k + 4$

$\Rightarrow$ $4k = 8 \Rightarrow k = 2$

तथा and $BC^2 = (h-1)^2 + (k-0)^2$

$= (h-1)^2 + (2-0)^2$

$= h^2 - 2h + 5$ 1 अंक (1 mark)

$\because$ AC = BC = वृत्त की त्रिज्या (Radius at the centre)

$AC^2 = BC^2$

$\Rightarrow$ $h^2 + k^2 - 4k + 4 = h^2 - 2h + 5$

$\Rightarrow$ $2h = 5$ $\frac{5}{2}$ [$\because$ k = 2]

$h =$

$\therefore$ वृत्त का केन्द्र (h, k) अर्थात् $\left(\frac{5}{2}, 2\right)$ है।

$\therefore$ Centre of the circle (h, k) i.e. and radius $\left(\frac{5}{2}, 2\right)$.

तथा and त्रिज्या radius $= AC = BC = \sqrt{h^2 - 2h + 5}$ 1 अंक (1 mark)

$$= \sqrt{\frac{25}{4} - 5 + 5} = \frac{5}{2}$$

अतः अभीष्ट वृत्त का समीकरण है

Hence, the required eqn. to the circle is

$$(x-h)^2 + (y-k)^2 = a^2$$

$\Rightarrow \qquad \left(x-\frac{5}{2}\right)^2+(y-2)^2=\frac{25}{4}$ 1 अंक (1 mark)

$\Rightarrow \qquad x^2+y^2-5x-4y+4=0.$ **उत्तर**

अथवा (or)

हल Sol. : माना वृत्त का केन्द्र (h, k) है।

Let centre of circle be (h, k)

∵ केन्द्र, दी हुई रेखा $y = x - 1$ पर स्थिति है।

∵ Centre lies one line

$\therefore \qquad k = h - 1 \qquad$ ....(i) 1 अंक (1 mark)

∴ वृत्त का समीकरण है :

∴ Equation of circle is

$$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2$$

$\Rightarrow \qquad (x-h)^2+(y-h+1)^2=3^3 \qquad$ ....(ii) 1 अंक (1 mark)

∵ क्योंकि यहाँ $r = 3$ तथा (i) से $k = h - 1$

∵ here $r = 3$ and from eqn. (i) $k = h - 1$

∵ वृत्त (ii) बिन्दु (7, 3) से गुजरता है।

∵ circle (ii) passes through the point (7, 3) 1 अंक (1 mark)

$$(7-h)^2+(3-h+1)^2=9$$

$$49+h^2-14h+16+h^2-8h=9$$

$$2h^2-22h+56=0$$

$$h^2-11h+28=0$$

$$(h-7)(h-4)=0$$

$\therefore \qquad h = 7 \quad$ या $\quad h = 4$ 1 अंक (1 mark)

इन मानों का समी. (ii) में रखने पर, दो अभीष्ट वृत्तों का समीकरण है :

Subtituing these value in eqn. (ii) we get the two required circles :

$$(x-7)^2+(y-7+1)^2=9$$

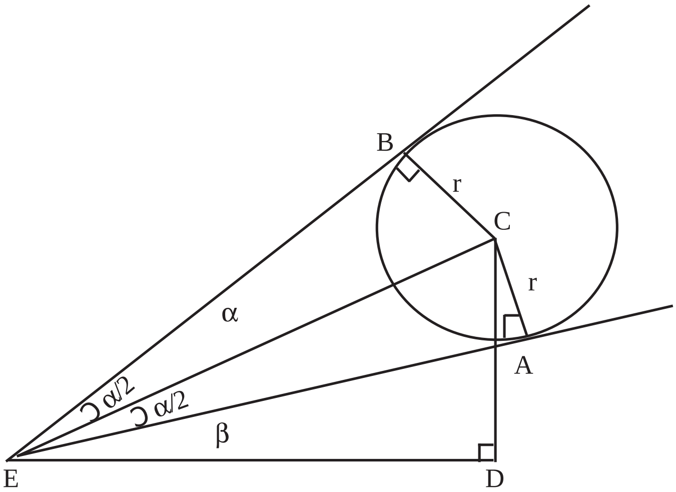
$\Rightarrow \qquad x^2+y^2-14x-12y+76=0$

और $\qquad (x-4)^2+(y-4+1)^2=9$

$\Rightarrow \qquad x^2+y^2-8x-6y+16=0$ 1 अंक (1 mark)

प्र. Ques. 12.

हल Sol. :



1 अंक (1 mark)

माना कि गुब्बारे का केन्द्र C और दर्शक का नेत्र E है। E से जाने वाली क्षैतिज रेखा पर CD लम्ब है। EA तथा EB गोले पर स्पर्श रेखाएँ हैं तथा

Let C be the centre of balloon and E, the eye of the observer. Let CD be prependicular to the horizontal line through E. EA and EB are tangents to sphere.

$\angle AEB = \alpha$ और and $\angle CED = \beta$ है। 1 अंक (1 mark)

अब Now $\angle CEA = \angle CEB = \dfrac{\alpha}{2}$

अब समकोण ΔEAC मेंए In right angle triangle

$$\frac{EC}{CA} = \text{cosec}\ \frac{\alpha}{2}$$

$$\frac{EC}{r} = \text{cosec}\ \frac{\alpha}{2}$$

$$EC = r\ \text{cosec}\ \frac{\alpha}{2}$$ 1 अंक (1 mark)

अब समकोण ΔEDC में, In right angle triangle

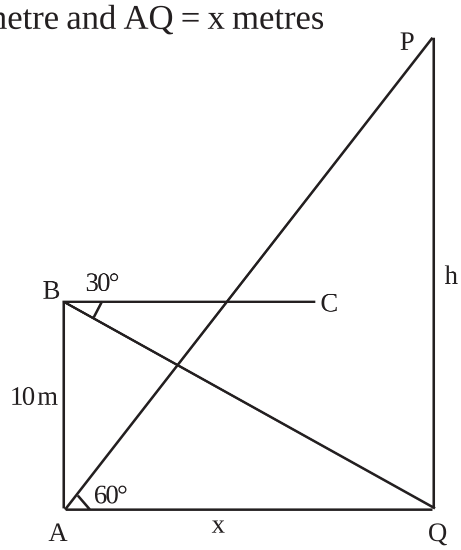
$$\frac{CD}{EC} = \sin\beta$$ 1 अंक (1 mark)

या or, $CD = EC\sin\beta = r\sin\beta\ \text{cosec}\ \dfrac{\alpha}{2}$ 1 अंक (1 mark)

अथवा (or)

हल Sol. माना कि PQ एक मीनार है। A से P का उन्नयन कोण 60° है। A के ऊपर 10 मीटर ऊंचाई पर स्थित B बिन्दु से Q का अवनमन कोण 30° है

Let PQ be the tower and at A the angle of elevation of P is 60°. B is point such that AB is $\perp^{r}$ AB and AB = 10 m. At B the angle of depression of Q is 30°. Let the the height of the tower be h metre and AQ = x metres 1 अंक (1 mark)



1 अंक (1 mark)

माना कि मीनार की ऊंचाई h मीटर है तथा

(let the height of tower be h metre and AQ = x metre.

दूरी AQ = x मीटर है।

$\angle AQB = \angle QBC$ (एकान्तर कोण) (Alternate angle)

1 अंक (1 mark)

$= 30°$

ΔABQ में, $\frac{AB}{AQ} = \tan 30°$

या $\frac{10}{x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$

या $h = 10\sqrt{3}$

ΔPAQ में,

$$\frac{PQ}{AQ} = \tan 60°$$ 1 अंक (1 mark)

$\therefore$ $\frac{h}{x} = \sqrt{3}$

या or $h = \sqrt{3}\ x$

या or $h = \sqrt{3} \times 10\sqrt{3} = 30$ 1 अंक (1 mark)

$\therefore$ मीनार की ऊंचाई = 30 मीटर। **उत्तर Ans.**

Height of tower = 30 metre.

प्र. Ques. 13.

हल Sol. : यहाँ संचयी बारंबारता के रूप में बारंबारता वितरण दिया गया है इसको वर्ग अन्तराल के वितरण में परिवर्तित कर पहले मानक विचलन निम्नानुसार ज्ञात करते हैं।

वर्ग अन्तराल	मध्य मूल्य (x)	बारंबारता (f)	fx	विचलन $dx = x - \bar{x}$	dx^2	fdx^2
0-5	2.5	6	15	–10.5	110.25	661.5
5-10	7.5	10	75	–5.5	30.25	302.5
10-15	12.5	12	150	–0.5	0.25	3.0
15-20	17.5	10	175 $\frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$	4.5	20.25	202.5
20-25	22.5	8	180	9.5	90.25	722.0
योग		$\Sigma f = 46$	$\Sigma f\,dx = 595$			$\Sigma fdx^2 = 1891.5$

1 अंक (1 mark)

समान्तर माध्य $= \quad = \frac{595}{46} = 12.935 = 13$ (लगभग) 1 अंक (1 mark)

मानक विचलन $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fdx^2}{\Sigma f}} = \sqrt{\frac{1891.5}{46}}$

$= \sqrt{41.1195}$

$= 6.41$ 1 अंक (1 mark)

विचरण गुणांक $= \frac{\sigma}{x} \times 100$

$= \frac{6.41}{13} \times 100 = 49.3$ **उत्तर Ans.** 1 अंक (1 mark)

The given cumulative frequencies should be converted into class frequencies. Then proceed to find S.D. and coefficient of variation :

Class interval	Mid-value (x)	Frequency (f)	fx	Deviation $dx = x - \bar{x}$	dx^2	fdx^2
0-5	2.5	6	15	–10.5	110.25	661.5
5-10	7.5	10	75	–5.5	30.25	302.5
10-15	12.5	12	150	–0.5	0.25	3.0
15-20	17.5	10	175	4.5	20.25	202.5
20-25	22.5	8	180	9.5	90.25	722.0
Total		$\Sigma f = 46$	$\Sigma f\,dx = 595$			$\Sigma fdx^2 = 1891.5$

1 अंक (1 mark)

Mean $= \quad = \frac{595}{46} = 12.935 = 13$ (लगभग) 1 अंक (1 mark)

Standard deviation $\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma fdx^2}{\Sigma f}} = \sqrt{\frac{1891.5}{46}} = \sqrt{41.1195} = 6.41$

$\frac{\Sigma fx}{\Sigma f}$

2 अंक (2 mark)

Coefficient of Variance $= \frac{\sigma}{x} \times 100 \quad \Rightarrow \quad = \frac{6.41}{13} \times 100 = 49.3.$

1 अंक (1 mark)

या (or)

हल Sol. : अवलोकन द्वारा ज्ञात होता है कि बहुलक का मान वर्ग 30-40 में स्थित है।

By observation we find that the modal value lies in the class 30-40.

using formula $Z = l_1 + \frac{f_m - f_1}{2f_m - f_1 - f_2}$ का अनुप्रयोग करने पर,

1 अंक (1 mark)

Where $l_1 = 30,\quad f_m = 45,\quad f_1 = 30,$

$f_2 = 40,\quad i = 40 - 30 = 10$ 1 अंक (1 mark)

$Z = 30 + \frac{45 - 30}{2 \times 45 - 30 - 40} \times 10$ 1 अंक (1 mark)

$= 30 + \frac{15 \times 10}{20}$

$= 30 + 7.5$ 1 अंक (1 mark)

$= 37.5$

प्र. Ques. 14.

हल Sol. : (i) 9 व्यक्तियों में से एक बार में 4 लेने पर संचयों की संख्या,

$$= {}^9C_4 = \frac{9\times8\times7\times6}{4\times3\times2\times1} = 126$$

(ii) एक विशेष व्यक्ति को अवश्य लेना है, अतः बचे हुए 8 व्यक्तियों में से 3 को ही चुनना है।

$\therefore$ अभीष्ट संख्या $= {}^8C_3 = \dfrac{8\times7\times6}{3\times2\times1} = 56$ 1 अंक (1 mark)

(iii) पुरुषों की संख्या 2 से कम नहीं होनी चाहिए, अतः दल का गठन इस प्रकार किया जा सकता है कि दल में (a) 2 पुरुष और 2 स्त्रियाँ हों, या (b) 3 पुरुष और 1 स्त्री हो और या (c) 4 पुरुष हों और कोई स्त्री न हो।

$\therefore$ दलों की अभीष्ट संख्या

$= {}^5C_2 \times {}^4C_2 + {}^5C_3 \times {}^4C_1 + {}^5C_4 \times {}^4C_0$ 2 अंक (2 mark)

$$= \left(\frac{5\times4}{2\times1}\times\frac{4\times3}{2\times1}\right)+\left(\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}\times\frac{4}{1}\right) + (5\times1)$$

$= 60 + 40 + 5 = 105.$ 1 अंक (1 mark)

Combination of 9 persons taken 4 at a time,

$= {}^9C_4 = \dfrac{9\times8\times7\times6}{4\times3\times2\times1} = 126$ 1 अंक (1 mark)

One person must be included. Of remaining 8 persons 3 are to be selected.

$\therefore$ The required number

$= {}^8C_3 = \dfrac{8\times7\times6}{3\times2\times1} = 56$ 1 अंक (1 mark)

At least two men must be included. It implies that a combination must contain, (a) 2 men and 2 women, or (b) 3 men and 1 woman, or (c) 4 men and no woman.

The required number of combinations,

$= {}^5C_2 \times {}^4C_2 + {}^5C_3 \times {}^4C_1 + {}^5C_4 \times {}^4C_0$ 2 अंक (2 mark)

$$= \left(\frac{5\times4}{2\times1}\times\frac{4\times3}{2\times1}\right)+\left(\frac{5\times4\times3}{3\times2\times1}\times\frac{4}{1}\right) + (5\times1)$$

$= 60 + 40 + 5 = 105.$ 1 अंक (1 mark)

या (or)

हल Sol. : (a) 15 खिलाड़ियों में से 11 के चयन की विधियाँ 1 अंक (1 mark)

$$= C_{(15, 11)} = C_{(15, 15-11)} = C_{(15, 4)}$$

$$= \frac{15\times14\times13\times12}{4\times3\times2\times1} = 1365$$ 1 अंक (1 mark)

(b) विशिष्ट खिलाड़ी ले लेने के बाद 14 में से 10 खिलाड़ी और चुने जायेंगे।

$\therefore$ अतः अभीष्ट विधियाँ

$$= C_{(14, 10)} = C_{(14, 4)} = \frac{14\times13\times12\times11}{4\times3\times2\times1} = 1001$$ 1 अंक (1 mark)

(c) एक खिलाड़ी कभी नहीं लेना है अतः 11 का चयन शेष 14 में से किया जायेगा जो $^{14}C_{11}$ प्रकार से होगा। 1 अंक (1 mark)

$\therefore$ अभीष्ट विधियाँ

$$= C_{(14, 11)} = C_{(14, 3)} = \frac{14\times13\times12}{3\times2\times1} = 364.$$ 1 अंक (1 mark)

(a) The number of ways in which 11 players can be chosen out of 15 is

$$= C_{(15, 11)} = C_{(15, 15-11)} = C_{(15, 4)}$$ 1 अंक (1 mark)

$$= \frac{15\times14\times13\times12}{4\times3\times2\times1} = 1365$$ 1 अंक (1 mark)

(b) When a particular player is always chosen, we will have to choose 10 players out of 14.

$\therefore$ Required number of ways

$$= C_{(14, 10)} = C_{(14, 4)}$$

$$= \frac{14\times13\times12\times11}{4\times3\times2\times1} = 1001$$ 1 अंक (1 mark)

(c) When a particular players is never chosen, we will have to choose 11 players out of 14.

$\therefore$ Required number of ways

$$= C_{(14, 11)} = C_{(14, 3)}$$ 1 अंक (1 mark)

$$= \frac{14\times13\times12}{3\times2\times1} = 364.$$ 1 अंक (1 mark)

प्र. Ques. 15.

हल Sol : माना कि दिया गया समीकरण रेखा $y = m_1 x + c_1$ एवं $y = m_2 x + c_1$ को प्रदर्शित करता है।

Let the given equation represents $y = m_1 x + c_1$ and $y = m_2 x + c_2$ 1

इसका संयुक्त समीकरण Combined equation

$$ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = b\,(y - m_1 x - c_1)(y - m_2 x - c_2)$$

गुणांकों की तुलना करने पर Comparing the coefficient

$$m_1 m_2 = \frac{a}{b}, \qquad -(m_1 + m_2) = \frac{2h}{b}. \qquad 1$$

$$m_1 c_2 + m_2 c_1 = \frac{2g}{b}, \quad -(c_1 + c_2) = \frac{2f}{b}, c_1 c_2 = \frac{c}{b}.$$

दिये गये रेखा पर मूल बिन्दु (0, 0) से डाले गये लम्ब रेखा का समीकरण

Equation to the I lines from (0, 0) to the given lines

$$m_1 y + x = 0 \text{ and } m_2 y + x = 0. \qquad 1$$

संयुक्त समीकरण Combined equation will be

$$(m_1 y + x)(m_2 y + x) = 0. \qquad 1$$

$$m_1 m_2 y^2 + xy(m_1 + m_2) + x^2 = 0$$

$$\frac{a}{b} y^2 + xy\left(-\frac{2h}{b}\right) + x^2 = 0. \qquad 2$$

or $$ay^2 - 2hxy + bx^2 = 0.$$

या (or)

रेखा $4x + 3y = 7$ एवं $2y - 5 = 0$ के बीच के कोणों के अर्धक का समीकरण

Equation of bisector of angle made from $4x + 3y = 7$ and $2y - 5 = 0$

$$\frac{4x + 3y - 7}{5} = \pm \qquad 1$$

$\Rightarrow$ $$8x - 4y + 11 = 0 \text{ एवं } 8x + 16y = 39. \qquad 1$$

इनके प्रतिच्छेद बिन्दु Its intersecting points

$$8x - 4y + 11 = 0 \qquad x = \qquad y = \frac{13}{28} \qquad 2$$

$$3x + 2y - 5 = 0.$$

इसी प्रकार Similarly

$$8x + 16y - 39 = 0$$

$$3x + 2y - 5 = 0$$

$\Rightarrow$ $x = 1/16, \quad y = 77/32.$ 2

प्र. Ques. 16.

हल Sol. : दिया हुआ Given $x + y + z = xyz.$

माना कि Let $x = \tan A$, $y = \tan B$, $z = \tan C$.

$$\tan A + \tan B + \tan C = \tan A.\tan B.\tan C. \qquad 1$$

$$\Rightarrow \quad \tan (A + B) = -\tan C. \qquad 1$$

$$A + B = \pi - C.$$

$$2A + 2B = 2\pi - 2C. \qquad 1$$

$$\Rightarrow \quad \tan 2A + \tan 2B + \tan 2C = \tan 2A.\tan 2B \tan 2C \qquad 1$$

$$\Rightarrow \frac{2\tan A}{1-\tan^2 A} + \frac{2\tan B}{1-\tan^2 B} + \frac{2\tan C}{1-\tan^2 C} = \frac{2\tan A}{1-\tan^2 A}.\frac{2\tan B}{1-\tan^2 B}.\frac{2\tan C}{1-\tan^2 C}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{2x}{1-x^2} + \frac{2y}{1-y^2} + \frac{2z}{1-z^2} = \frac{2x}{1-x^2}.\frac{2y}{1-y^2}.\frac{2z}{1-z^2} \qquad 2$$

या (or)

Sine सूत्र से By sine formula

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c} \qquad 1$$

$$a : b : c = 4 : 5 : 6. \qquad 1$$

$$\cos A = 3/4, \quad \cos B = \frac{9}{16}, \quad \cos C = \frac{1}{8} \qquad 2$$

$$\cos A : \cos B : \cos C = \frac{3}{4} : \frac{9}{16} : \frac{1}{8} = 12 : 9 : 2. \qquad 2$$

● ● ●